

К. П. Аржениковъ.

СБОРНИКЪ
УПРАЖНЕНІЙ по ГЕОМЕТРИИ.

ПОСОБІЕ
ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХЪ УЧИЛИЩЪ.

Выпускъ I.

Изданіе 2-ое, измѣненное.

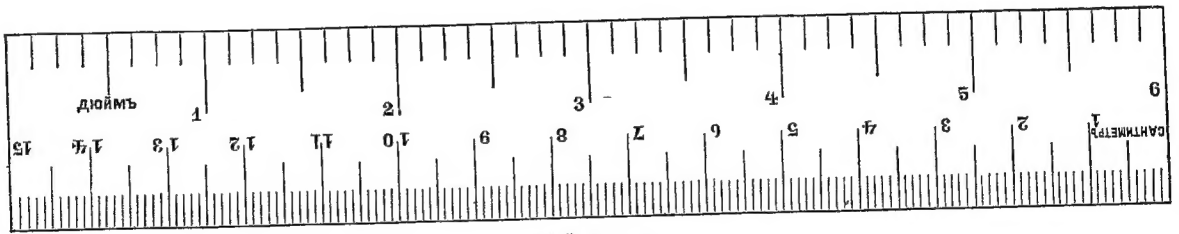
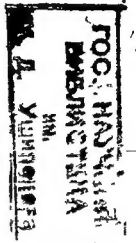
Цѣна 35 коп.

ИЗДАНИЕ
КНИЖНАГО МАГАЗИНА
М. Д. НАУМОВА.
ВЪ МОСКВѢ,
Больш. Лубянка, д. Страхового О ва „Россія“.

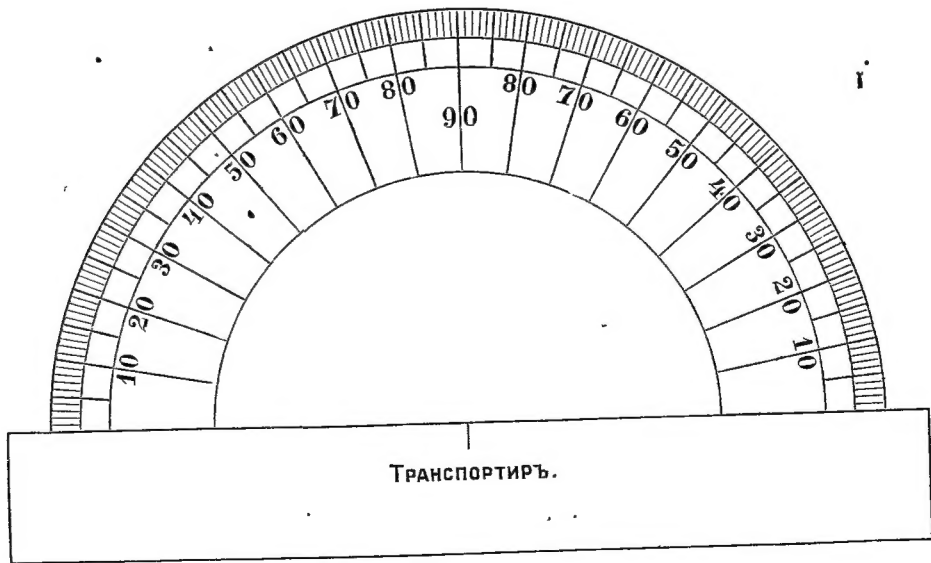
МОСКВА. — 1910.

Типографія Русскаго Товарищества, Мыльниковъ пер., соб. домъ.
Телефонъ 18 35.

4989-A



М ъ р ъ а.



Полейте на точную бумагу и высушите.

П Р И В А В Л Е Н И Е

СОДЕРЖАНІЕ.

ГЛАВА I. ОСНОВНЫЯ ПОНЯТІЯ.

	<i>Стран.</i>
§ 1. Тѣло	1
§ 2. Поверхность	2
§ 3. Линія и точка.	3

ГЛАВА II. ЛИНИИ.

§ 4. Изображеніе прямыхъ линій	5
§ 5. Измѣреніе прямыхъ линій	7
§ 6. Окружность.	10

ГЛАВА III. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНІЕ ЛИНИЙ И ПОВЕРХНОСТЕЙ.

§ 7. Углы.	14
§ 8. Измѣреніе угловъ.	17
§ 9. Смежные углы. Противоположные углы	19
§ 10. Перпендикуляры и наклонныя	21
§ 11. Параллельныя линіи и поверхности.	25
§ 12. Направленія: вертикальное, горизонтальное и наклонное	29

ГЛАВА IV. ФИГУРЫ.

Треугольники.

	<i>Стран.</i>
§ 13. Свойства треугольниковъ	31
§ 14. Различные виды треугольниковъ	34.

Четыреугольники.

§ 15. Квадратъ	37
§ 16. Прямоугольникъ	39
§ 17. Ромбъ	41
§ 18. Параллелограммъ	44
§ 19. Трапеція	46
§ 20. Четыреугольникъ вообще	48

Многоугольники и кругъ.

§ 21. Многоугольникъ	50
§ 22. Симметричныя фигуры	51
§ 23. Кругъ	54
§ 24. Правильные многоугольники	58

Подобіе фигуръ.

§ 25. Отношеніе линий	64
§ 26. Подобныя фигуры	65

ГЛАВА V. СЪЕМКА ПЛАНОВЪ.

§ 27. Планъ и масштабъ	72
----------------------------------	----

Предисловіе.

Предлагаемыми „Упражненіями“ мы имѣемъ въ виду дать пособіе при изученіи геометріи въ начальныхъ училищахъ, главнымъ образомъ двухклассныхъ сельскихъ, и отчасти городскихъ по Положенію 1872 г.; а также въ тѣхъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, гдѣ строго логически построенному курсу геометріи предшествуетъ наглядное ознакомленіе съ геометрическими формами, въ связи съ черченіемъ и рисованіемъ.

Въ основу начального обученія геометріи должны быть положены: наглядность, самодѣятельность и интересъ. Наглядное ознакомленіе со свойствами геометрическихъ формъ и способами ихъ измѣренія; многочисленныя упражненія въ черченіи, опирающіяся на выведенныя свойства фигуръ; рѣшеніе не особенно сложныхъ вопросовъ, задаваемыхъ потребностями жизни,—вотъ содержаніе курса начальной геометріи, усвоеніемъ котораго должна быть достигнута и цѣль общеобразовательная, и цѣль практическая: расширеніе умственного кругозора путемъ развитія наблюдательности и умѣнья разбираться въ окружающихъ формахъ; увѣренное пользованіе приобретенными познаніями при рѣшеніи встрѣчающихся въ жизни вопросовъ.

Послѣдовательное проведеніе строго логическихъ приемовъ доказательствъ и выводовъ, сводящее всѣ геометрическія истинны къ немногимъ аксіомамъ, здѣсь неумѣстно: оно было бы непонятно и непосильно. Однако отсюда не слѣдуетъ, что надо совсѣмъ отказаться отъ доказательства: довольно многіе выводы могутъ быть сдѣланы при помощи воображаемаго перегибанія чертежа по оси симметріи, равенства треугольниковъ, и на основаніи другихъ, уже извѣстныхъ, свойствъ геометрическихъ формъ.

Предлагаемое пособие составлено по такому плану. Каждый параграфъ состоитъ изъ трехъ отдѣловъ: а) вопросы; б) построения; в) выводы. Первый отдѣлъ содержитъ вопросы, по которымъ дѣти должны воспроизвести то, что проработано на урокъ съ учителемъ; здѣсь же находятся задачи на вычисленіе. Во второмъ отдѣлѣ приведены упражненія въ черченіи, опирающіяся на приобретенныя свѣдѣнія. Въ третьемъ отдѣлѣ помѣщены выводы изъ пройденнаго, которые дѣти должны выучить, хотя бы и не придерживаясь буквально приведеннаго текста. Вопросы и построения не слѣдуетъ отдѣлять—они должны находиться въ тѣсной связи: проработавъ на урокъ извѣстный матеріалъ, учитель указываетъ изъ § соответствующіе вопросы и построения, на которые дѣти должны отвѣтить и которые должны выполнить въ своихъ тетрадяхъ. (Весьма желательно, чтобы каждый ученикъ имѣлъ для черченія особую тетрадь). Нѣкоторые построения дѣлаются въ классѣ, въ видѣ общей классной работы.

Первый выпускъ предлагаемаго пособия содержитъ упражненія, относящіяся къ линіямъ, угламъ и фигурамъ (безъ измѣренія площадей); въ концѣ приведены свѣдѣнія по съемкѣ плановъ.

Во второмъ выпускѣ будутъ помѣщены упражненія, относящіяся къ измѣренію площадей, поверхностей и объемовъ.

ГЛАВА I. ОСНОВНЫЯ ПОНЯТІЯ.

§ 1. Тѣло.

а) Вопросы.

1. Какіе вы знаете предметы, имѣющие видъ шара? (рис. 1).
2. Какіе вы знаете предметы, которые имѣютъ видъ цилиндра (вала)? (рис. 2).
3. Какіе предметы имѣютъ форму куба? (рис. 3).



Рис. 1.

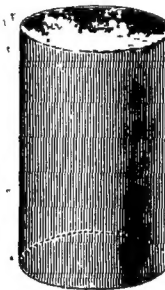


Рис. 2.

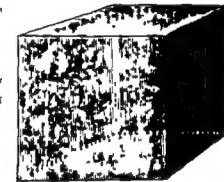


Рис. 3.

4. По сколькимъ направленіямъ надо измѣрить ящикъ, чтобы знать его величину?
5. Какъ называются три измѣренія комнаты?
6. Укажите еще предметы, у которыхъ измѣренія называются длиною, шириною и высотой.
7. Какъ называются три измѣренія книги?
8. Укажите еще предметы, у которыхъ измѣренія называются длиною, шириною и толщиной.
9. Какъ называются три измѣренія колодца?
10. Укажите еще предметы, у которыхъ измѣренія называются длиною, шириною и глубиною.
11. Какія измѣренія цилиндра всегда равны между собою?
12. Что можно сказать о величинѣ трехъ измѣреній куба?

13. У листа писчей бумаги какое измерение очень мало сравнительно с двумя другими? Укажите еще примѣры такихъ предметовъ.

14. У тонкой нитки какія два измерения очень малы сравнительно с третьимъ? Укажите еще примѣры такихъ предметовъ.

15. Укажите примѣры такихъ предметовъ, у которыхъ всѣ три измерения очень малы.

б) Построенія.

1. Вырѣжьте кубъ и цилиндръ изъ картофеля или изъ рѣпы.
2. Слѣпите шаръ изъ глины или изъ воску.

в) Выводы.

1. Геометрія изучаетъ форму и величину предметовъ.
2. Предметъ, въ которомъ разсматривается только форма и величина, называется геометрическимъ тѣломъ.
3. Тѣло имѣетъ три измерения: длину, ширину и высоту (толщину, глубину).

§ 2. Поверхность.

а) Вопросы.

1. Сколькими гранями ограниченъ кубъ?
2. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность цилиндра?
3. Если шаръ разрѣзать пополамъ, то изъ сколькихъ частей будетъ состоять поверхность каждой половины? Чѣмъ отличается одна часть поверхности отъ другой?
4. Какова поверхность стола? стѣны? поверхность яйца?
5. Изъ какихъ поверхностей состоитъ полная поверхность куба? цилиндра?
6. Назовите нѣсколько тѣлъ, которыя ограничены: 1) только плоскими поверхностями; 2) только кривыми поверхностями; 3) и плоскими и кривыми вмѣстѣ.
7. Какъ при помощи одной плоской поверхности, напр. поверхности линейки, провѣрить, будетъ ли плоскою другая поверхность? Какъ провѣряетъ столяръ, правильно ли выстрогана доска?

8. По сколькимъ направлениямъ надо измерить полъ комнаты, чтобы знать его поверхность?

9. Сколько измерений имѣетъ поверхность? Какого измерения она не имѣетъ?

10. Какъ назовете вы два измерения потолка? (стѣны? двери?)

б) Построенія.

1. Вырѣжьте изъ яблока тѣло, поверхность котораго состояла бы: 1) изъ двухъ частей; 2) изъ трехъ частей.
2. Отрѣжьте отъ куба такой кусокъ, который былъ бы ограниченъ: 1) четырьмя гранями; 2) пятью гранями.
3. Разрѣжьте цилиндръ на двѣ равныя части такъ, чтобы поверхность каждой части состояла: 1) изъ трехъ частей; 2) изъ четырехъ частей.

в) Выводы.

1. Тѣло ограничивается поверхностью.
2. Поверхности бываютъ плоскія и кривыя.
3. Поверхность имѣетъ только два измерения: у нея нѣтъ толщины.

§ 3. Линія и точка.

а) Вопросы.

1. Что видите вы тамъ, гдѣ сходятся другъ съ другомъ грани куба? Сколько всѣхъ реберъ имѣетъ кубъ? Сколькими ребрами (линіями) ограничена каждая грань куба?
2. Чѣмъ отличаются отъ реберъ куба тѣ линіи, которыя отдѣляютъ кривую поверхность цилиндра отъ плоскихъ поверхностей его?
3. Укажите тѣла, которыя имѣютъ: 1) только прямые края (ребра); 2) только кривые; 3) прямые и кривые вмѣстѣ.



Рис. 4.

4. По какимъ линиямъ пересѣкаются между собою плоскія поверхности?

5. Какой линіей будетъ ребро линейки? Какой линіей ограничено лезвіе серпа? Какой линіей ограничена пила съ той стороны, гдѣ зубцы?

6. Укажите прямыя, ломаныя и кривыя линіи въ изображеніяхъ цифръ и буквъ.

7. Что надо измѣрить, чтобы знать величину линіи? Есть ли у линіи ширина и толщина? Сколько измѣреній имѣетъ линія?

8. Черта, проведенная, напр., мѣломъ на доскѣ, будетъ ли дѣйствительно линіей, или же будетъ только изображеніемъ линіи, по уговору?

9. Что образуется тамъ, гдѣ сходятся между собою ребра куба? Сколько вершинъ имѣетъ кубъ?

10. Вершина куба есть точка. Сколькими точками ограничено каждое ребро куба?

11. Если на линіи, между ея концами, поставить еще точку, то на сколько частей раздѣлится линія?

12. Какъ называются на глобусѣ тѣ точки, въ которыхъ пересѣкаются всѣ меридіаны?

13. Имѣетъ ли точка какую-нибудь длину, ширину и толщину?

14. Что описываетъ точка, когда движется? Что описываетъ остріе тонко очиненнаго карандаша, когда движется по бумагѣ?

15. Какую линію описываетъ точка, когда движется все время въ одномъ и томъ же направленіи? когда постоянно измѣняетъ направленіе?

б) Построенія.

1. Отрѣжьте отъ куба кусокъ такъ, чтобы на оставшейся части образовалось три повыхъ ребра.

2. Разрѣжьте цилиндръ на двѣ части: 1) такъ, чтобы образовались прямыя ребра; 2) такъ, чтобы не образовалось прямыхъ реберъ.

3. Разрѣжьте листъ бумаги такъ, чтобы разрѣзъ былъ: 1) прямой линіей; 2) кривой линіей; 3) ломаной линіей.

4. Начертите въ своихъ тетрадяхъ: 1) нѣсколько прямыхъ линій въ различныхъ направленіяхъ; 2) нѣсколько кривыхъ линій разнаго вида; 3) нѣсколько ломаныхъ линій. Обозначьте линіи буквами.

в) Выводы.

1. Поверхность ограничивается линіями.

2. Линія имѣетъ только одно измѣреніе: длину.

3. Линія бываетъ прямая, кривая и ломаная.

4. Линія ограничивается точками.

5. Точка не имѣетъ никакого измѣренія.

ГЛАВА II. ЛИНІИ.

§ 4. Изображеніе прямыхъ линій.

а) Вопросы.

1. Сколько прямыхъ линій можно провести на плоской поверхности черезъ одну точку? (рис. 5).

2. Сколько прямыхъ линій можно провести черезъ двѣ точки? (рис. 6).

3. Сколько кривыхъ и ломаныхъ линій можно провести черезъ двѣ точки? (рис. 7).

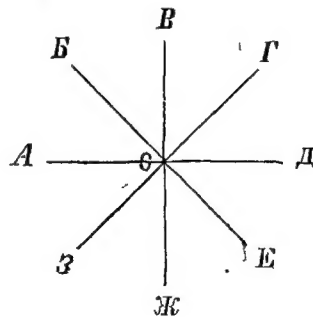


Рис. 5.

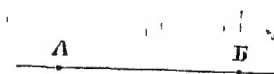


Рис. 6.

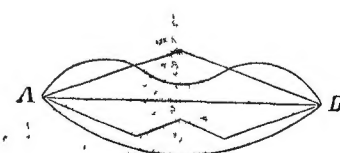


Рис. 7.

1. Какая линія есть самое короткое разстояніе между двумя точками?

5. При помощи чего проводятся прямые линии на бумаге? (рис. 8).



Рис. 8. Линейка.

6. Как проводятся прямые линии при работах плотничных и столярных? (рис. 9).

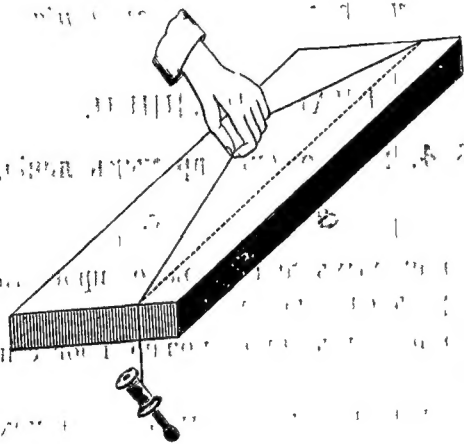


Рис. 9. Отбойный шнуръ.

7. Как проводятся прямые линии на землѣ? (рис. 10).

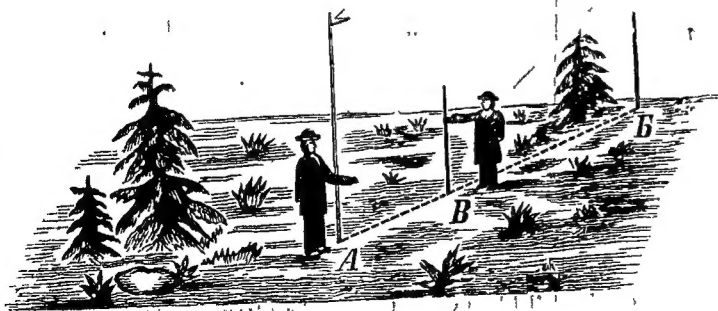


Рис. 10. Вышеііе прямой линіи.

б) Построенія.

1. Начертите прямую линію *АВ* и продолжите ее на длину *ВВ*, равную *АВ*. (При помощи бумажной полоски или циркуля).

2. Начертите ломаную линію, состоящую из трехъ прямыхъ различной длины. Потомъ начертите прямую линію, которая имѣла бы такую же длину, какую имѣетъ ломаная линія.

3. Начертите небольшую прямую линію. Потомъ начертите прямую, которая была бы въ 3 раза больше первой.

4. Начертите двѣ прямыя линіи различной длины. Отложите меньшую на большей отъ какого-нибудь конца ея. Укажите, насколько одна прямая больше другой?

5. Начертите двѣ прямыя линіи: большую и маленькую. Отложите маленькую на большой столько разъ, сколько возможно. Сосчитайте.

6. Посредствомъ перегибанія раздѣлите полоску бумаги на 2, 4, 8 равныхъ частей.

7. Раздѣлите прямую линію на 3 равныя части такъ: отмѣьте на глазъ одну третью часть и отложите ее еще два раза; если получится остатокъ или излишекъ, раздѣлите его на глазъ на три равныя части; увеличьте или уменьшите раньше отмѣченную третью часть данной линіи.

8. Раздѣлите прямую линію на 5 равныхъ частей, а потомъ на 10 равныхъ частей.



Рис. 11. Циркуль.

в) Выводы.

1. Черезъ двѣ точки можно провести только одну прямую линію.

2. Прямая линія есть кратчайшее разстояніе между двумя точками.

§ 5. Измѣреніе прямыхъ линіи.

а) Вопросы.

1. Какія вы знаете русскія мѣры длины?
2. Сколько дюймовъ въ сажени? Сколько дюймовъ въ аршинѣ?

3. Какая главная метрическая мѣра длины?
4. Почему метрическія мѣры называются еще десятичными?
5. Какими приставками обозначаются слова: десять, сто, тысяча? десятая часть, сотая часть, тысячная часть?
6. Назовите: 1) мѣры, которыя крупнѣе метра; 2) мѣры, которыя мельче метра.
7. Чѣмъ измѣряются линіи на бумагѣ? (рис. 12 и 13).

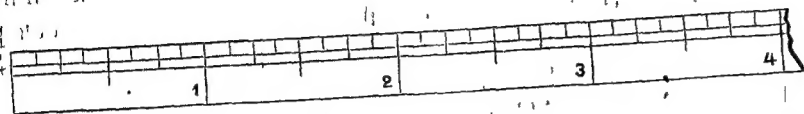


Рис. 12. Линейка, на которой нанесены дюймы, раздѣленные на восьмыя части (натуральная величина).

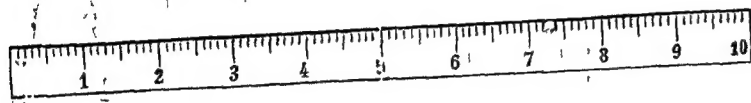


Рис. 13. Линейка, на которой нанесенъ дециметръ, раздѣленный на сантиметры и миллиметры (натуральная величина).

8. Чѣмъ измѣряются линіи при работахъ? (рис. 14, 15, и 16).

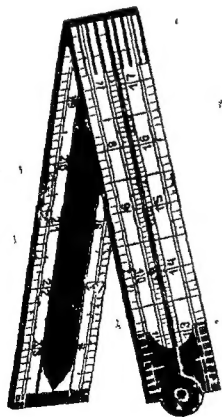


Рис. 14. Складной аршинъ.

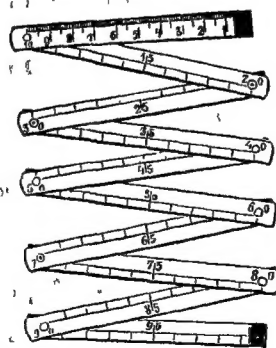


Рис. 15. Складной метръ.

(въ уменьшенномъ видѣ).

9. Чѣмъ измѣряются линіи на землѣ? (рис. 16 и 17).

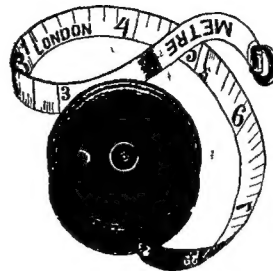


Рис. 16. Рулетка.

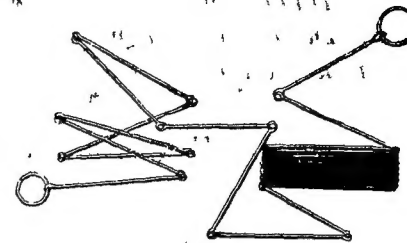


Рис. 17. Мѣрная цѣпь.

10. Измѣрьте аршиномъ, а потомъ метромъ, длину и ширину комнаты. (Нѣсколько подобныхъ упражненій).

11. Определите на глазъ, сколько вершковъ въ ширинѣ (глубинѣ) подоконника? сколько сантиметровъ? Проверьте. (Нѣсколько подобныхъ упражненій).

12. Отмѣрьте у себя на дворѣ прямую линію въ 30 аршинъ. Пройдите ее нѣсколько разъ равнымъ шагомъ, считая шаги, и определите отсюда величину вашего шага. Измѣрьте различныя разстоянія шагами и переведите въ аршины и сажени.

б) Построенія.

1. Начертите прямую линію длиною. 1) въ 4 дм.; 2) въ $1\frac{1}{2}$ дм.; 3) въ $2\frac{3}{4}$ дм.

2. Начертите прямую линію длиною: 1) въ 7 см.; 2) въ 5 см. 3 мм.; 3) въ 4 см. 9 мм.

3. Начертите на глазъ линію. 1) въ 1 дм.; 2) въ 3 дм.; 3) въ $2\frac{1}{2}$ дм.

4. Начертите на глазъ линію. 1) въ 1 см.; 2) въ 2 см.; 3) въ 5 см.

5. Раздѣлите дюймъ на 10 равныхъ частей (на линіи).

6. Ребро куба равно 1 дм. Нарисуйте грань куба, уменьшивъ ребро въ 2 раза.

7. Измѣрьте ширину и высоту классной доски, и нарисуйте поверхность ея, уменьшивъ каждую изъ этихъ линій въ 10 разъ.

в) Выводы.

1. Линии измеряются линиями.
2. Те линии, которыми измеряются другие линии, называются единицами длины, или мерами длины.

Метрические меры длины.

метр — м.

километр — км. дециметр — дцм.
 гектометр — гм. сантиметр — см.
 декаметр — дкм. миллиметр — мм.

1 км. = 10 гм. = 100 дкм. = 1000 м.
 1 гм. = 10 дкм. = 100 м.
 1 дкм. = 10 м.
 1 м. = 10 дцм. = 100 см. = 1000 мм.
 1 дцм. = 10 см. = 100 мм.
 1 см. = 10 мм.

Приблизительно.

1 м. = $1\frac{2}{5}$ ар. = $22\frac{1}{2}$ вершк.
 1 км. = $468\frac{2}{3}$ саж.
 1 ар. = 71 см.



Рис. 18.

§ 6. Окружность.

а) Вопросы.

1. Как называются те кривые линии, которыми ограничены плоские части поверхности цилиндра?
2. Укажите примѣры окружностей.
3. Как называется та точка от которой, всѣ точки окружности находятся на одинаковомъ разстояніи? (рис. 18).
4. Что такое радиусъ окружности? (рис. 18).

5. Какъ можно начертить окружность при помощи бумажной полоски? (рис. 19).

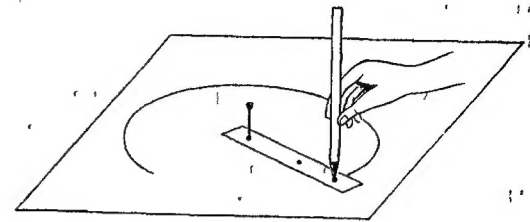


Рис. 19.

6. При помощи какого прибора удобнѣе всего вычерчивать окружности? (рис. 20 и 21).



Рис. 20.

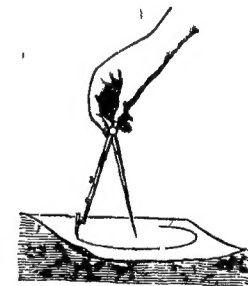


Рис. 21.

7. Какъ проводятся окружности на землѣ? (рис. 22).

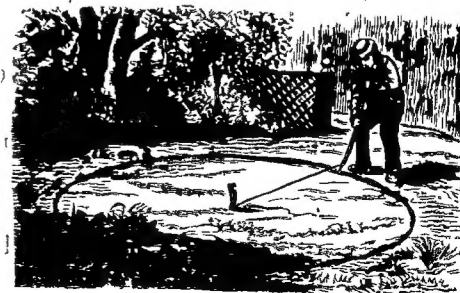


Рис. 22.

8. Какъ называется часть окружности, напримѣръ VI' ? (рис. 23).

9. Какъ называется прямая линия, стягивающая дугу, т.-е. соединяющая концы дуги? (рис. 23).

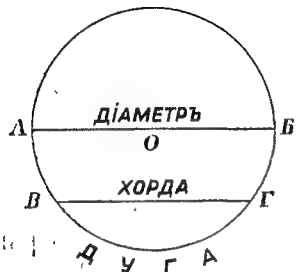


Рис. 23.

10. Какъ называется прямая линия (AB), которая соединяетъ двѣ точки окружности и проходитъ черезъ центръ? (рис. 23).

11. Изъ сколькихъ радиусовъ состоитъ диаметръ?

12. Какъ дѣлится окружность диаметромъ?

13. На окружности взяты равныя между собою дуги AB и VI' (рис. 24). Что можно сказать о хордахъ, которыя стягиваютъ эти дуги? Какъ надо перегнуть окружность, для того чтобы дуги и хорды совпали?

14. Наоборотъ: если въ окружности проведены равныя между собою хорды, то, что можно сказать о дугахъ, которыя стягиваются этими хордами?

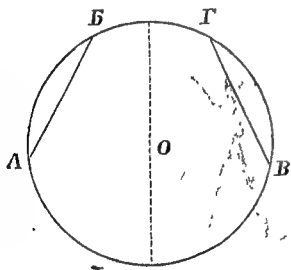


Рис. 24.

15. Какая часть окружности называется градусомъ? (рис. 25).

16. Сколько градусовъ содержитъ дуга, составляющая: 1) $\frac{1}{2}$ окружности; 2) $\frac{1}{4}$ окр.; 3) $\frac{3}{8}$ окр.; 4) $\frac{5}{24}$ окр.?

17. Какую часть окружности составляетъ дуга, которая содержитъ: 1) 120° ; 2) 40° ; 3) 30° ; 4) 10° ?

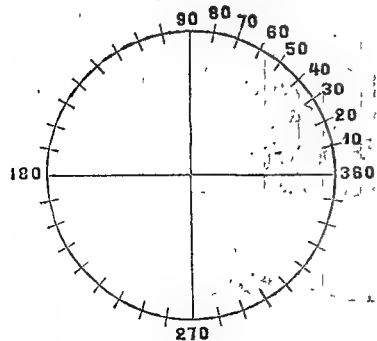


Рис. 25.

18. Во сколько разъ окружность длиннѣ своего диаметра? (рис. 26).

19. Какъ велика длина окружности, у которой: 1) диаметръ = 1 ар. (1 ар. = 28 дм.); 2) диаметръ = 1 м. 12 см.; 3) радиусъ = 3 фт. $2\frac{1}{2}$ дм.; 4) радиусъ = 98 см.?

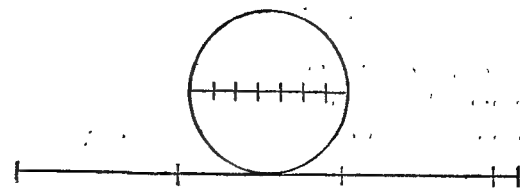


Рис. 26.

20. Переднее колесо тарантаса имѣетъ въ диаметръ 21 верш. Какое разстояніе пройдетъ тарантасъ, когда колесо это обернется 4000 разъ?

21. Самые большіе часы въ мірѣ (въ Филадельфіи, въ Америкѣ) имѣютъ циферблатъ, диаметръ котораго равенъ 4 саж. 2 ар. Какой путь проходитъ конецъ минутной стрѣлки въ часъ? въ четверть часа? въ минуту?

22. Длина земного меридіана равна 40000 км. На какомъ разстояніи другъ отъ друга находятся два мѣста, которыя лежатъ на одномъ меридіанѣ (подъ одной долготой), и оба имѣютъ сѣверную широту: одно 56° , другое 38° ?

23. Железнодорожный путь на нѣкоторомъ разстояніи идетъ по закругленію, которое представляетъ собою дугу окружности. Дуга эта имѣетъ радиусъ въ 420 саж. и содержитъ 72° . Какова длина закругленія?

б) Построенія.

1. Начертите окружность радиусомъ въ $1\frac{1}{4}$ дм. Изъ какой-нибудь точки этой окружности проведите двѣ хорды длиною въ 2 дм. каждая. (При помощи бумажной полоски или циркуля). Изъ той же точки проведите хорду длиною въ $2\frac{1}{2}$ дм.

2. Начертите прямую линию длиною въ 8 см. На этой прямой, какъ на диаметрѣ, опишите полуокружность.

3. Начертите окружность радиусомъ въ 1 дюймъ, и раздѣлите ее на 5 равныхъ частей. (См. § 4, построеніе № 7).

4. Опишите полуокружность съ диаметромъ въ 5 см., и раздѣлите ее на 4 равныя части.

5. Радиусомъ въ 3 см. опишите дугу, меньшую полуокружности, и раздѣлите ее на 3 равныя части.

в) Выводы.

1. Все точки окружности лежат в одной плоскости и находятся на одинаковом расстоянии от центра.
2. Окружность длиннее своего диаметра в $3\frac{1}{7}$ раза (приблизительно).

ГЛАВА III.

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ЛИНИЙ И ПЛОСКОСТЕЙ.

§ 7. Углы.

а) Вопросы.

1. Что образуют две прямые линии, выходящие из одной точки? (рис. 27 и 28).

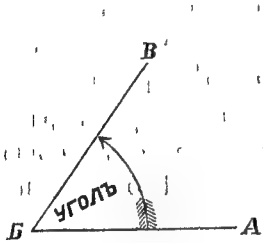


Рис. 27.

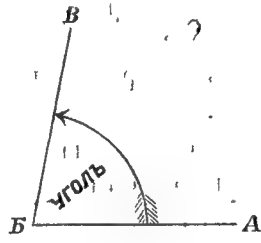


Рис. 28.

2. Одинаково ли наклонены друг к другу линии, изображенные на рис. 27 и на рис. 28?
3. Если линия BV сначала покрывала линию BA, а потом отошла от нее, поворачиваясь около точки B, то на каком рисунке линия BV сделала больший поворот? На каком рисунке угол больше? на каком меньше?
4. Когда стрелки часов образуют больший угол: в 2 часа или в 3 часа? в 4 часа или в 5 часов?
5. Как называются линии, образующие угол?
6. Как называется точка пересечения сторон угла?
7. Стенные и карманные часы показывают одно и то же время, напр. 2 часа. Одинаковые ли углы образуют между собою стрелки на тех и других часах? Зависит ли величина угла от длины его сторон?

8. Прямая линия занимает первоначально положение OA (рис. 29). Эта линия вращается около точки O. Какое положение примет она, когда сделает полный оборот? когда сделает пол-оборота? четверть оборота? три четверти оборота?

9. Как называется угол, стороны которого отстоять друг от друга на четверть оборота?

10. Сколько прямых углов описывает линия, когда делает пол-оборота? полный оборот?

11. Как называется угол, который меньше прямого? который больше прямого, но меньше двух прямых? (рис. 30).

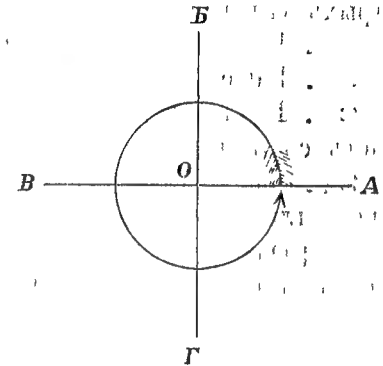
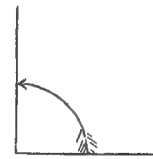
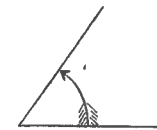


Рис. 29.



прямой



острый



тупой

Рис. 30.

12. Острые и тупые углы бывают разной величины. Могут ли быть разной величины прямые углы?
13. Когда стрелки часов образуют прямые углы? острые? тупые?
14. Какой угол описывает стрелка флюгера, поворачиваясь с севера на восток? с юга на север? с запада на северо-запад? с востока на юго-запад?
15. В каких печатных буквах встречаются прямые углы? острые? тупые?
16. Какой угол образуют каждые два сходящиеся ребра куба? Назовите еще предметы, края которых образовали бы прямые углы.
17. Какой угол образует верхний боковой край парты с краем наклонной доски ее? Какие углы составляют ме-

жду собою спицы колеса? стропила крыши? Укажите еще примѣры острых и тупых углов?

18. Какой угол описывает прямая линия, если поворачивается сначала на прямой угол, а потом еще на острый?

19. Какой угол может получиться от сложения двух острых углов?

20. Что показывает угол между двумя плоскостями?

21. Какіе бывают углы между плоскостями?

22. Если отворять или затворять дверь, какіе углы она будет составлять со стѣною? съ полом?

23. Какіе углы образуют стѣнки ящика съ его дном? Какіе углы образуетъ скатъ крыши со стѣною и съ накатомъ чердака? Укажите еще примѣры прямых, острых и тупых углов между плоскостями.

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь угол ABV (рис. 31) и постройте равный ему угол, такъ чтобы вершина была въ точкѣ D , а одной изъ сторонъ служила линия DE . (Какимъ-нибудь радиусомъ опишите дугу KL изъ вершины B ; тѣмъ же радиусомъ опишите дугу изъ точки D . Отложите дугу MN равную дугѣ KL).

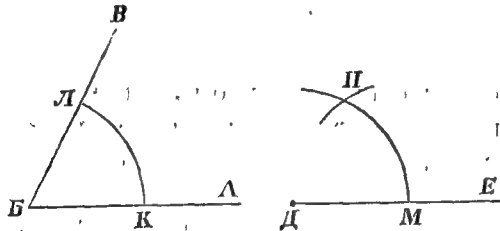


Рис. 31.

2. Начертите два угла разной величины. Потомъ а) сложите эти углы (рис. 32); б) отъ большаго отнимите меньшій.

3. Начертите небольшой острый угол и увеличьте его въ 3 раза.

4. Начертите небольшой острый угол, и потомъ прямой угол. Узнайте, во сколько разъ вашъ острый уголъ меньше прямого. (Однимъ и тѣмъ же радиусомъ опишите дуги изъ

вершинъ обоихъ угловъ и меньшую дугу откладываете на большей).

5. Начертите острый уголъ и раздѣлите его пополамъ. (Опишите изъ вершины дугу и раздѣлите ее пополамъ).

6. Начертите тупой уголъ и раздѣлите его на 3 равныя части.

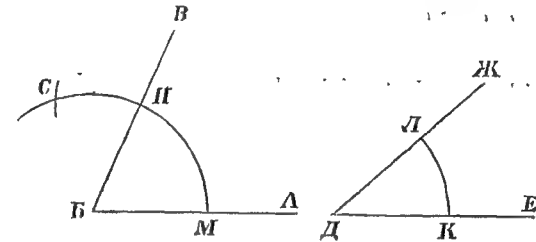


Рис. 32.

в) Выводы.

1. Уголъ между линіями или между плоскостями показываетъ наклоненіе линій или плоскостей другъ къ другу.
2. Углы бываютъ прямые, острые и тупые.
3. Въ прямые углы равны между собою.

§ 8. Измѣреніе угловъ.

а) Вопросы

1. Если раздѣлить окружность на 360 равныхъ частей и точки дѣленія соединить съ центромъ, то, сколько равныхъ угловъ образуется при центрѣ? (рис. 33). Какъ называются эти углы, и для чего они служатъ?

2. Сколько градусовъ содержитъ прямой уголъ?

3. Сколько градусовъ въ углѣ, который равенъ $\frac{2}{3}$ прямого угла ($\frac{2}{3}d$)?

4. Сколько градусовъ содержитъ каждый изъ слѣдующихъ угловъ: 1) $\frac{1}{2}d$; 2) $\frac{3}{4}d$; 3) $1\frac{1}{3}d$; 4) $1\frac{1}{2}d$?

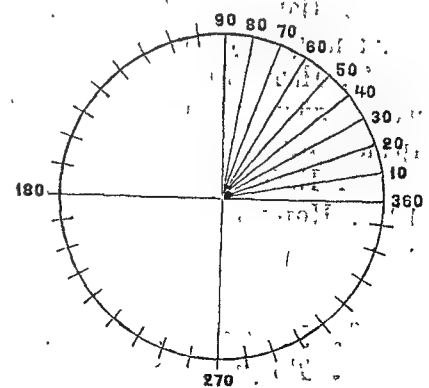


Рис. 33.

5. Самое большее — сколько целых градусов может содержать острый угол? тупой угол?

6. Самое меньшее — сколько целых градусов может содержать острый угол? тупой угол?

7. Какой прибор употребляется для измерения углов на бумаге (на доске)? (рис. 34).

8. На сколько градусов разделена полуокружность транспортира?

9. Каким прибором измеряются углы на земле? (рис. 35).

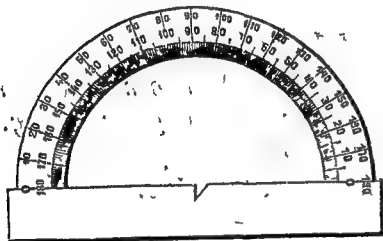


Рис. 34. Транспортир

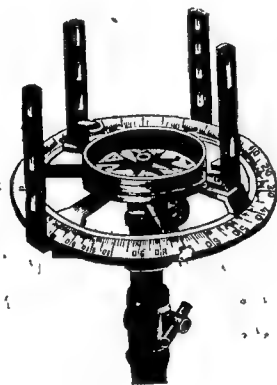


Рис. 35. Астролябия.

б) Построения.

1. Начертите при помощи транспортира углы в 30° , 45° , 60° , 90° , 120° .

2. Начертите те же углы без помощи транспортира (для полуокружность на равные части).

3. Начертите несколько различных углов; оцените их величину на глаз и потом измерьте при помощи транспортира.

4. Начертите на глаз углы в 30° , 45° , 60° , 120° , 135° . Потом проверьте при помощи транспортира.

в) Выводы.

1. Углы измеряются углами.

2. Те углы, которыми измеряются другие углы, называются единицами, или мерами, углов.

Меры углов.

Прямой угол (d).

Градус = $\frac{1}{90}$ прямого угла.

§ 9. Смежные углы. Противоположные углы.

а) Вопросы.

1. Если продолжить за вершину одну из сторон угла AOB (рис. 36), то образуется другой угол BOV . Что общего имеют эти углы? Какую линию составляют стороны их AO и VO ? Как называются такие углы?

2. Сколько прямых углов составляют оба смежных угла вместе?

3. Как велик угол, смежный с углом в 30° , 45° , 79° , 167° ?

4. Если один из смежных углов острый, то каков другой?

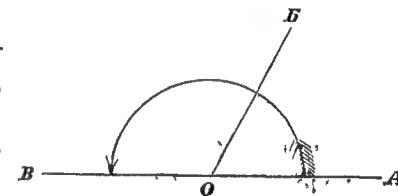


Рис. 36.

5. Если один из смежных углов прямой, то каков другой угол? (рис. 37).

6. Когда смежные углы равны между собою, то как велик каждый из них?

7. Чему равна сумма углов, расположенных вокруг одной точки по одну сторону прямой линии? (рис. 38).

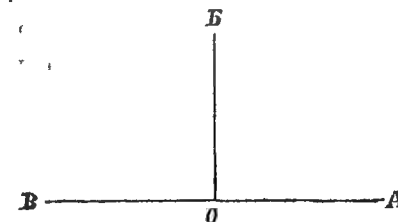


Рис. 37.

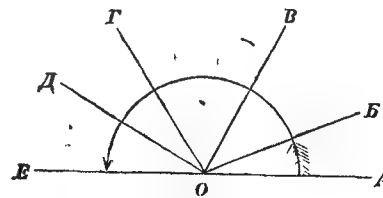


Рис. 38.

8. Из этих углов даны: $AOB = 22^\circ$, $BOV = 40^\circ$, $ГОД = 30^\circ$, $ДОЕ = 24^\circ$. Как велик угол $ВОЕ$?

9. Около одной точки по одну сторону прямой линии расположено 12 равных между собою углов. Как велик каждый из них?

10. Чему равна сумма углов, расположенных вокруг одной точки во все стороны? (рис. 39).

11. Вокруг одной точки, во все стороны, расположено 6 равных между собою углов. Как велик каждый из них?

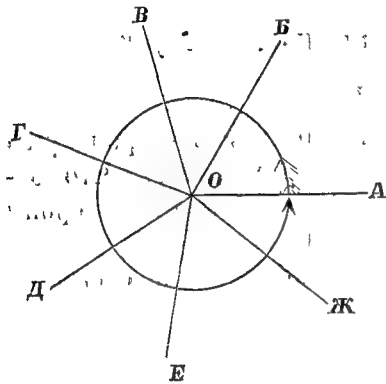


Рис. 39.

12. Если обе стороны угла AOB (рис. 40) продолжить за вершину, то образуется другой угол BOG . Как называются такие углы? Не образуется ли при этом еще два противоположных угла? Укажите их.

13. Если прямая $ГБ$ сначала покрывала прямую $ВА$, а потом отошла от неа, поворачиваясь около точки O , то одинаковый ли поворотъ сдѣлали линіи OB и OG ? Что можно сказать о величинѣ противоположныхъ угловъ?

14. Укажите на рис. 40 смежные углы.

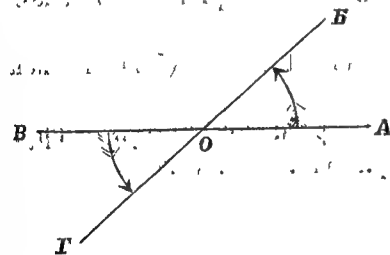


Рис. 40.

15. При пересѣченіи двухъ прямыхъ линій AB и $BГ$ образовалось четыре угла (рис. 40). Уголъ AOB содержитъ 42° . Какъ великъ каждый изъ остальныхъ, трехъ угловъ?

16. При пересѣченіи двухъ линій образовалось четыре угла; одинъ изъ нихъ прямой. Каковы остальные?

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь уголъ и отнимите его отъ двухъ прямыхъ угловъ. (Постройте смежный уголъ).

2. Начертите два острыхъ угла; сложите ихъ и сумму отнимите отъ двухъ прямыхъ угловъ.

3. Начертите какой-нибудь уголъ и измѣрьте его. Продолжите обе стороны угла за вершину и опредѣлите величину остальныхъ трехъ угловъ.

в) Выводы.

1. Смежными углами называются такие углы, которые имеютъ общую вершину и общую сторону, и у которыхъ прочія стороны образуютъ одну прямую линію.

2. Сумма смежныхъ угловъ равна двумъ прямымъ угламъ, или, 180° .

3. Противоположными углами называются такие углы, у которыхъ стороны одного составляютъ продолженія сторонъ другого.

4. Противоположные углы равны между собою.

§ 10. Перпендикуляры и наклонныя.

а) Вопросы.

1. Когда линіи называются перпендикулярными другъ къ другу? Когда — наклонными?

2. Укажите примѣры перпендикулярныхъ и наклонныхъ линій. (См. въ § 7 примѣры прямыхъ, острыхъ и тупыхъ угловъ).

3. Какой приборъ служить для черченія перпендикулярныхъ линій? (рис. 41).

4. Какой приборъ употребляютъ для проведенія перпендикулярныхъ линій при столярныхъ работахъ?

Какъ устроенъ столярный наугольникъ? (рис. 42).

5. Какъ пользуются этимъ наугольникомъ, когда надо обрѣзать доску перпендикулярно къ ея краямъ? (рис. 43).

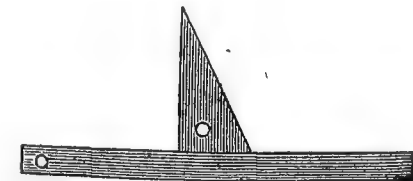


Рис. 41. Наугольникъ и линейка.

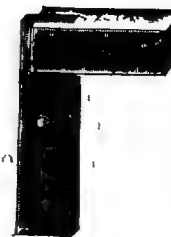


Рис. 42.

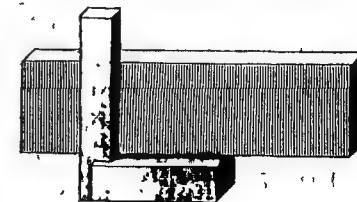


Рис. 43.

6. При помощи какого инструмента проводятся перпендикулярныя линіи на землѣ? (рис. 44).



Рис. 44.
Экверь.

7. Изъ точки K проведена линія KO , перпендикулярная къ линіи AB , и наклонныя къ ней линіи KE и $KЖ$ (рис. 45). Что можно сказать о длинѣ перпендикуляра и наклонныхъ?

8. По какому направлению измѣряется расстояние отъ точки до прямой линіи? Почему?

9. Черезъ середину O линіи AB проведенъ къ ней перпендикуляръ (рис. 46). На перпендикулярѣ взяты точки $E, И, Д$ и соединены съ концами A и B . Если перегнуть рисунокъ по перпендикулярѣ, то какія линіи совпадутъ другъ съ другомъ? Что можно сказать о расстояніяхъ всякой точки перпендикуляра, проходящаго черезъ середину прямой линіи, отъ концовъ этой линіи?

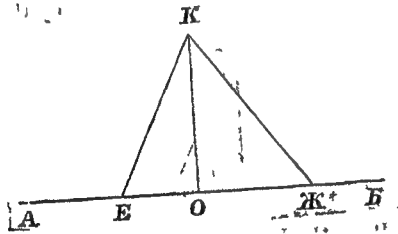


Рис. 45.

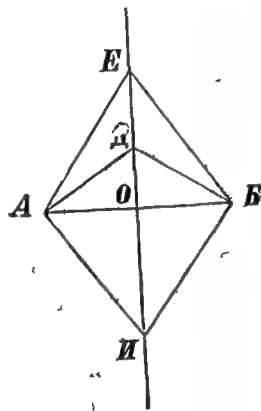


Рис. 46.

10. Когда плоскости называются перпендикулярными между собою? Когда — наклонными?

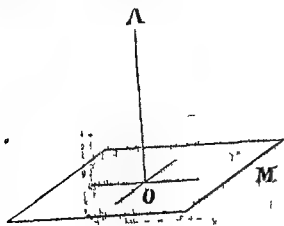


Рис. 47.

11. Укажите примѣры перпендикулярныхъ и наклонныхъ плоскостей. (См. § 7).

12. Линія AO пересѣкаетъ плоскость M въ точкѣ O (рис. 47) и составляетъ прямыя углы со всякою линіей, проведенной на плоскости черезъ точку O . Какъ назовете вы прямую AO и плоскость M ?

13. Въ какомъ направленіи обыкновенно вбиваются гвозди

въ доску? Укажите примѣры линій, перпендикулярныхъ къ плоскостямъ.

14. По какому направленію измѣряется расстояние отъ точки до плоскости? Почему?

б) Построенія.

1. Сложите листокъ бумаги четверо такъ, чтобы складки были перпендикулярны между собою.

2. Сдѣлайте себѣ изъ бумаги чертежный наугольникъ.

3. Начертите прямую AB и проведите перпендикулярную къ ней линію черезъ точку M (рис. 48); приложите къ линіи AB самое длинное ребро наугольника; къ другому ребру его (слѣва) приложите линейку; прижимая линейку къ бумагѣ, поверните наугольникъ такъ, какъ показано на рис. 48; двигая наугольникъ по линейкѣ, доведите до точки M самое длинное ребро его и прочертите по нему прямую линію.

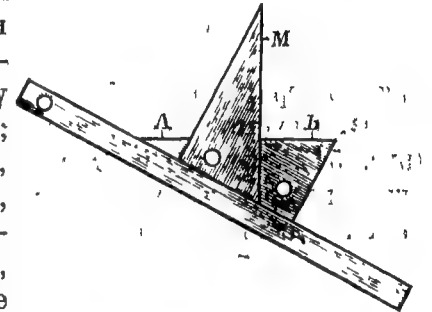


Рис. 48.

4. Начертите прямую линію $ВГ$. Возьмите на пей двѣ точки и возстановите изъ нихъ перпендикуляры въ одну и ту же сторону. Отложите на перпендикулярахъ по 2 см. и черезъ концы проведите прямую линію. На этой прямой возьмите гдѣ-нибудь точку, опустите изъ нея перпендикуляръ на линію $ВГ$ и измѣрьте длину этого перпендикуляра.

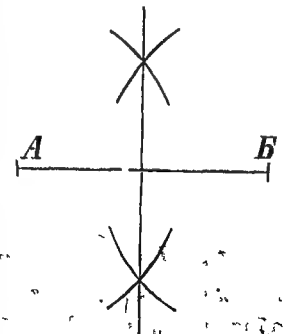


Рис. 49.

Слѣдующія построенія сдѣлайте при помощи циркуля или бумажной полоски.

5. Начертите прямую AB и проведите линію, къ ней перпендикулярную, такъ, чтобы она проходила черезъ середину AB (рис. 49); какимъ-нибудь радиусомъ (который больше половины AB) опишите изъ точки A двѣ дуги по разнымъ сторонамъ AB ; тѣмъ же радиусомъ опи-

шите двѣ дуги изъ точки B ; черезъ точки пересѣченія этихъ дугъ проведите прямую линію. Почему эта линія будетъ перпендикуляромъ, проходящимъ черезъ середину AB ? (См. вопросъ № 9).

6. Раздѣлите прямую линію на 4 равныя части.

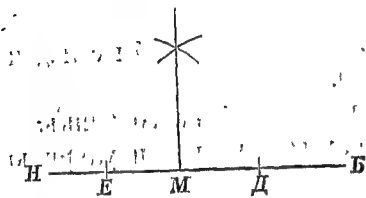


Рис. 50.

7. Возстановите перпендикуляръ къ линіи AB изъ точки M (рис. 50): отложите на AB въ обѣ стороны отъ точки M произвольныя, но равныя между собою, части ME и MD ; изъ точекъ E и D однимъ и тѣмъ же радиусомъ опишите двѣ дуги по одну сторону AB ; проведите

прямую черезъ точку M и точку пересѣченія этихъ дугъ.

8. Опустите перпендикуляръ изъ точки O на линію AB (рис. 51): изъ точки O какимъ-нибудь радиусомъ опишите дугу, которая пересѣкала бы линію AB въ двухъ точкахъ K и L . Далѣе построение сходно съ построениемъ № 7.

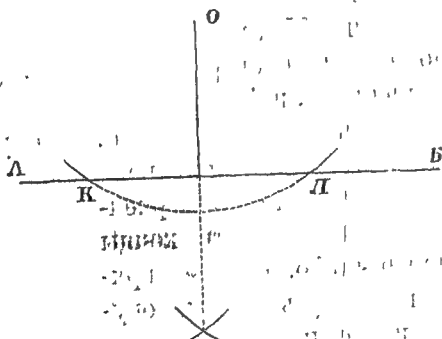


Рис. 51.

в) Выводы.

1. Перпендикулярными линіями и перпендикулярными плоскостями называются такія линіи и плоскости, которыя образуютъ между собою прямые углы.

2. Линіи и плоскости, образующія между собою острые или тупые углы, называются наклонными другъ къ другу.

3. Перпендикуляръ есть кратчайшее разстояніе отъ точки до прямой линіи и до плоскости.

§ 11. Параллельныя линіи и поверхности.

а) Вопросы.

1. Во сколькихъ разныхъ направленіяхъ идутъ ребра куба?
2. Сколько реберъ куба идутъ въ одномъ и томъ же направленіи?

3. Какъ называются линіи, которыя идутъ въ одномъ и томъ же направленіи?

4. Когда колеса повозки оставляютъ по дорогѣ слѣды; изъ сколькихъ линій состоитъ этотъ слѣдъ? Какъ назовете вы эти линіи?

5. Какими будутъ эти параллельныя линіи, когда повозка движется прямо, и когда она заворачиваетъ?

6. Что можете вы сказать о разстояніи между параллельными линіями?

7. Могутъ ли пересѣкаться между собою параллельныя линіи, какъ бы далеко ни продолжать ихъ въ ту или другую сторону?

8. Укажите примѣры параллельныхъ линій.

9. Какой приборъ употребляютъ столяры для проведенія параллельныхъ линій? (рис. 52 и 53).



Рис. 52. Ресмусъ.

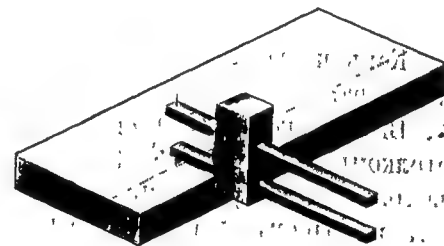


Рис. 53.

10. Двѣ линіи AB и BC пересѣчены третьей MN (рис. 54). Сколько образовалось угловъ? Укажите внѣшніе углы, внутренніе углы. Какъ называются не смежныя углы b и e , которые лежатъ по одну сторону линіи MN , и изъ которыхъ одинъ внѣшній, другой внутренній? Укажите еще соотвѣтственные углы.

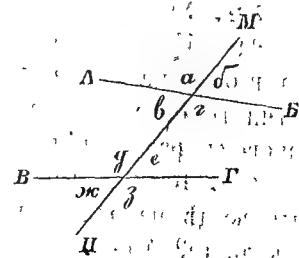


Рис. 54.

Какъ называются внутренне не смежные углы α и ϵ , которые лежатъ по разнымъ сторонамъ линіи MN ? Укажите еще внутренне накрестъ лежащіе углы. Уголь δ содержитъ 60° , уголь ζ — 130° . Какъ великъ каждый изъ двухъ соответственныхъ угловъ? накрестъ лежащихъ?

11. Когда линіи AB и VG параллельны, что тогда можно сказать о соответственныхъ углахъ? о накрестъ лежащихъ углахъ? (рис. 55).

12. Если двѣ линіи AB и VG образуютъ съ третьей MN равные соответственные углы или равные накрестъ лежащіе углы, что тогда можно сказать объ этихъ двухъ линіяхъ?

13. Что можно сказать о линіяхъ, которыя перпендикулярны къ одной и той же прямой? (рис. 56).

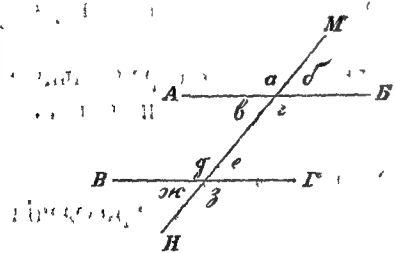


Рис. 55.

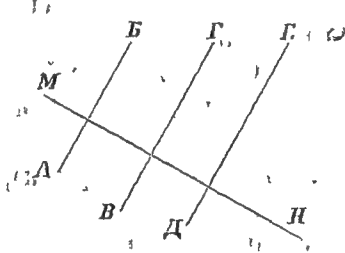


Рис. 56.

14. Какъ проводить параллельныя линіи на землѣ, при помощи экера?

15. Высота комнаты 5 аршинъ. Каково разстояніе между потолкомъ и поломъ въ срединѣ комнаты? въ углахъ ея? Какъ называются поверхности, которыя вездѣ находятся другъ отъ друга на одномъ и томъ же разстояніи?

16. Могутъ ли пересѣкаться между собою такія поверхности, какъ бы далеко ни продолжать ихъ?

17. Укажите примѣры параллельныхъ поверхностей.

18. Если въ противоположныя стѣны комнаты вбить два гвоздя на одинаковой высотѣ надъ поломъ и между ними натянуть бечевку, вездѣ ли бечевка будетъ находиться на одинаковомъ разстояніи отъ пола?

19. Какъ называются такая линія и поверхность, которыя вездѣ находятся на одномъ и томъ же разстояніи другъ отъ друга? Могутъ ли онѣ пересѣкаться, какъ бы далеко ни продолжать ихъ?

20. Если натянуть бечевку такъ, какъ сказано въ № 18, будетъ ли бечевка параллельна поверхности потолка? Какъ надо вбить гвозди, чтобы бечевка, кромѣ того, была параллельна двумъ противоположнымъ стѣнамъ?

21. Сколько реберъ куба параллельны каждой грани его?

22. Сколько граней куба параллельно каждому ребро его?

б) Построенія.

1. Начертите нѣсколько параллельныхъ линій при помощи линейки. Начертите нѣсколько параллельныхъ линій отъ руки.

2. Начертите отъ руки двѣ параллельныя кривыя линіи.

3. Начертите прямую AB , возьмите внѣ ея точку K и черезъ эту точку проведите линію, параллельную AB , съ помощью наугольника и линейки (рис. 57): приложите къ AB самое длинное ребро наугольника; къ другому ребру его (слѣва) приложите линейку; прижимая линейку къ бумагѣ, двигайте наугольникъ по линейкѣ и доведите до точки K самое длинное ребро его, по которому прочертите прямую линію. Почему эта линія будетъ параллельна линіи AB ? (См. вопросъ № 12).

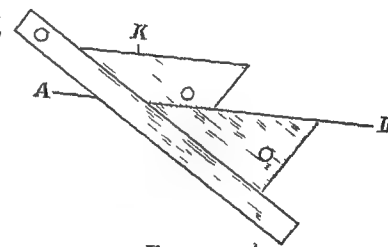


Рис. 57.

Слѣдующія построенія сдѣлайте при помощи циркуля или бумажной полоски.

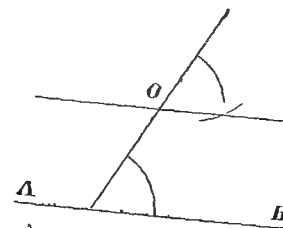


Рис. 58.

4. Начертите прямую AB , возьмите внѣ ея точку O и черезъ эту точку проведите линію, параллельную AB . (рис. 58).

для этого проведите через O какую-нибудь пересекающую и сдѣлайте равными соответственные углы. (См. § 7, построение № 1).

5. Рѣшите ту же задачу проведеніемъ изъ точки O двухъ перпендикуляровъ (рис. 59). (См. § 11, вопросъ № 13; § 10, построения №№ 8 и 7).

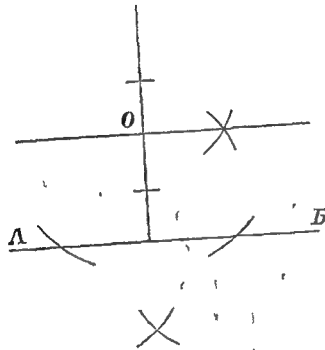


Рис. 59.

6. Рѣшите ту же задачу, пользуясь тѣмъ, что вы знаете о разстояніи между параллельными линиями (рис. 60).

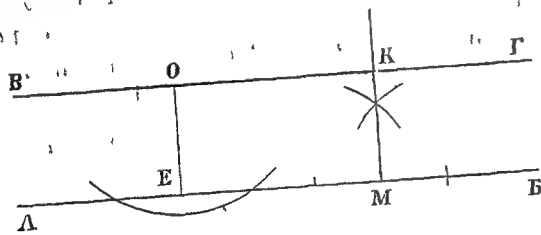


Рис. 60.

в) Выводы.

1. Параллельными называются такія линіи, которыя идутъ въ одномъ и томъ же направленіи.
2. Параллельныя линіи вездѣ находятся другъ отъ друга на одинаковомъ разстояніи и поэтому не пересѣкутся, сколько бы ни продолжать ихъ.

§ 12. Направленія: вертикальное, горизонтальное и наклонное.

а) Вопросы.

1. Какъ называется нитка, на концѣ которой виситъ грузъ? (рис. 61). Какъ называется направленіе нитки, натянутой грузомъ?

2. Въ какомъ направленіи падаютъ предметы отъ дѣйствія тяжести? Въ какомъ направленіи растутъ деревья? Въ какомъ направленіи врывають въ землю столбы при постройкахъ?

3. Укажите примѣры отвѣсныхъ, или вертикальныхъ, линій?

4. Какъ называется поверхность, по которой можно проводить вертикальныя линіи?

5. Укажите примѣры вертикальныхъ поверхностей.

6. Для чего каменщики и плотники употребляютъ отвѣсъ? Какъ они пользуются имъ?

7. Какъ называется линія, перпендикулярная къ вертикальной линіи?

8. Какое положеніе имѣетъ коромысло вѣсовъ, когда чашки ихъ пусты, или на нихъ положены одинаковые грузы? (рис. 62).

9. Укажите примѣры горизонтальныхъ линій.

10. Какъ называется поверхность, перпендикулярная къ вертикальной линіи?

11. Какое положеніе имѣетъ спокойная поверхность воды и плавающий на ней прутикъ?

12. Если на горизонтальную поверхность доски положить шарикъ, будетъ ли онъ самъ собою катиться по доскѣ, какъ бы ни были гладки поверхность доски и поверхность шарика?



Рис. 61. Отвѣсъ.

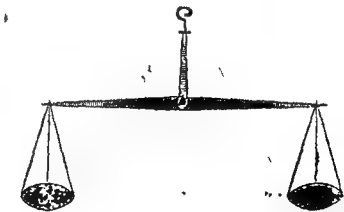


Рис. 62.

13. Укажите еще примѣры горизонтальныхъ поверхностей.

14. Какое положеніе имѣетъ коромысло вѣсовъ, когда на чашкахъ положены разные грузы? (рис. 63).

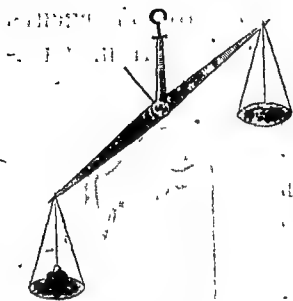


Рис. 63.

15. Какое положеніе приметъ поверхность стола, если его приподнять за одинъ край? А какое положеніе будетъ имѣть поверхность воды въ сосудѣ, стоящемъ на этомъ столѣ?

16. Укажите еще примѣры наклонныхъ линій и поверхностей.

17. Какъ устроенъ водяной уровень? (рис. 64). Какъ при помощи такого уровня провѣрить, горизонтальна ли поверхность?



Рис. 64.

18. Какой приборъ употребляютъ для этого плотники? (рис. 65). Какъ провѣрить ватерпасомъ, горизонтально ли настланъ полъ?

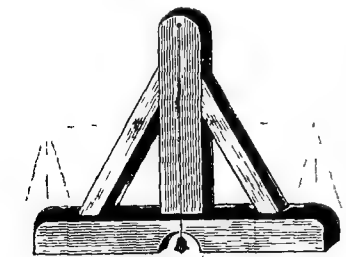


Рис. 65. Ватерпасъ.

19. Могутъ ли пересѣкаться между собою вертикальная плоскости? горизонтальная плоскости?

20. Могутъ ли пересѣкаться между собою вертикальная линія? горизонтальная линія?

21. Какое положеніе имѣетъ плоская поверхность, ограниченная съ двухъ сторонъ вертикальными линіями?

22. Какія различныя положенія можетъ имѣть плоская поверхность, ограниченная съ двухъ сторонъ горизонтальными линіями, параллельными между собою?

23. Какое направленіе можетъ имѣть линія, параллельная: 1) вертикальной плоскости; 2) горизонтальной плоскости; 3) наклонной плоскости?

24. На какихъ плоскостяхъ; поверхностяхъ можно проводить: 1) только горизонтальныя линіи; 2) только горизонтальныя и наклонныя; 3) горизонтальныя, вертикальныя и наклонныя?

25. Какъ условились изображать вертикальныя, горизонтальныя и наклонныя линіи на листѣ бумаги или на страницѣ тетради?

б) Построенія.

1. Начертите въ своихъ тетрадяхъ прямую, которая изображала бы вертикальную линію. Потомъ поставьте тетрадь такъ, чтобы начерченная прямая была дѣйствительно вертикальной.

2. Начертите горизонтальную линію.

3. Начертите произвольную прямую линію и потомъ приведите тетрадь въ такое положеніе, чтобы въ дѣйствительности начерченная линія была: 1) горизонтальной; 2) вертикальной; 3) наклонной.

4. Съ помощью наугольника и линейки начертите двѣ параллельныя линіи: 1) горизонтальныя; 2) вертикальныя; 3) наклонныя.

в) Выводъ.

Различаются три направленія: горизонтальное, вертикальное и наклонное.

ГЛАВА IV. ФИГУРЫ. ТРЕУГОЛЬНИКИ.

§ 13. Свойства треугольниковъ.

а) Вопросы.

1. Самое меньшее — сколькими прямыми линіями можно ограничить со всѣхъ сторонъ плоскую поверхность?

2. Сколько сторонъ и сколько угловъ имѣетъ треугольникъ? (рис. 66).

3. Сколько угловъ прилежитъ къ каждой сторонѣ треугольника, и сколько угловъ лежитъ противъ нея?

4. Между сколькими сторонами заключенъ каждый уголъ треугольника, и сколько сторонъ лежитъ противъ него?

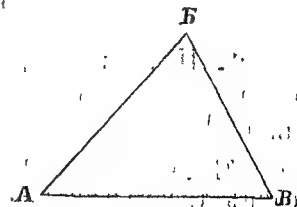


Рис. 66.

5. Что называется периметромъ треугольника?
6. Стороны треугольника имѣютъ такую длину: 60 саж., 50 саж. и 40 саж. Какъ великъ его периметръ?
7. Какъ велика должна быть каждая сторона треугольника сравнительно съ суммою прочихъ двухъ сторонъ?
8. Можетъ ли быть треугольникъ съ такими сторонами:
1) 8 дм., 5 дм. и 2 дм.? 2) 20 см., 12 см. и 8 см.?
3) 80 см., 60 см. и 40 см.?
9. Периметръ треугольника равенъ 1 аршину. Какой длины (во сколько вершковъ) могутъ быть его стороны?



Рис. 67.

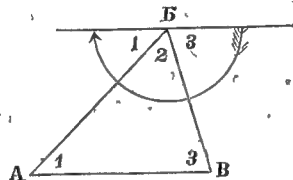


Рис. 68.

10. Что называется основаніемъ треугольника? Что называется высотой треугольника? (рис. 67).
11. Чему равна сумма угловъ треугольника? (рис. 68).
12. Одинъ изъ угловъ треугольника прямой. Чему равны прочіе два угла вмѣстѣ?
13. Одинъ изъ угловъ треугольника равенъ 125° . Сколько градусовъ содержатъ прочіе два угла вмѣстѣ?
14. Одинъ изъ угловъ треугольника равенъ 75° , другой 45° . Какъ великъ третій уголъ?

б) Построенія.

1. Начертите треугольникъ, у котораго одна сторона была бы длиною въ 3 дм., другая въ 2 дм., а уголъ между ними содержалъ бы 45° . На отдѣльномъ листѣ начертите еще треугольникъ по тѣмъ же даннымъ. Наложите, на свѣтъ, одинъ треугольникъ на другой. Можно ли сдѣлать наложеніе такъ, чтобы треугольники покрывали другъ друга? Какъ на-

зываются такіе треугольники, которые при наложеніи совпадаютъ?

2. Начертите треугольникъ, у котораго одна изъ сторонъ имѣетъ длину 8 см., а прилежащіе къ ней углы содержатъ: одинъ 60° , другой 80° . На отдѣльномъ листѣ начертите еще треугольникъ по тѣмъ же даннымъ. Наложите, попережнему, одинъ треугольникъ на другой. Что можно сказать объ этихъ треугольникахъ?

3. Начертите треугольникъ, стороны котораго имѣли бы такую длину: одна 3 дм., другая 2 дм. и третья $1\frac{1}{2}$ дм. (При помощи циркуля или бумажной полоски). На отдѣльномъ листѣ начертите еще треугольникъ по тѣмъ же даннымъ. Наложите, попережнему, одинъ треугольникъ на другой. Что можно сказать объ этихъ треугольникахъ?

4. Попробуйте начертить треугольникъ со сторонами въ 8 см., 4 см. и 3 см.

5. Попробуйте начертить треугольникъ со сторонами въ 3 дм., $1\frac{3}{4}$ дм. и $1\frac{1}{4}$ дм.

6. Начертите треугольникъ, у котораго основаніе имѣло бы длину 5 см., а высота 4 см. (Изъ какой-нибудь точки основанія восстановите перпендикуляръ и отложите на немъ 4 см.).

в) Выводы.

1. Треугольникъ есть плоская поверхность, ограниченная тремя прямыми линиями.

2. Сумма угловъ треугольника составляетъ два прямыхъ угла, или 180° .

3. Треугольники, которые при наложеніи совпадаютъ, называются равными.

4. Признаки равенства треугольниковъ: два треугольника равны, если:

а) имѣютъ по равному углу, заключенному между попарно равными сторонами;

б) имѣютъ по равной сторонѣ и по два попарно равныхъ угла, къ ней прилежащихъ;

в) все стороны попарно равны.

§ 14. Различные виды треугольников.

а) Вопросы.

1. Как называется треугольник, в котором все углы острые? (рис. 69).

2. Один из углов треугольника содержит 35° . Как велик может быть каждый из прочих двух углов, если этот треугольник остроугольный?

3. Как называется треугольник, один из углов которого тупой? (рис. 70). Каковы прочие углы тупоугольного треугольника?

4. Как называется треугольник, один из углов которого прямой? (рис. 71). Каковы прочие углы прямоугольного треугольника?

5. Сколько градусов составляют вместе острые углы прямоугольного треугольника?

6. Как называются те стороны прямоугольного треугольника, которые образуют прямой угол? Как называется сторона, лежащая против прямого угла? (рис. 71).



Рис. 69.



Рис. 70.

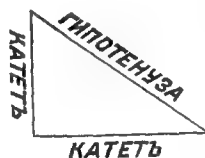


Рис. 71.

7. Каким треугольником будет чертежный наугольник? Какие треугольники образуют косые планки ватерпаса с его брусками? Какой треугольник изображает ствѣнка чулана под лѣстницей?

8. Как называется треугольник, в котором все стороны имеют разную длину?

9. Одна из сторон треугольника имеет длину 6 ар.; периметр треугольника равен 14 ар. Какой длины может быть каждая из прочих двух сторон, если этот треугольник разносторонний?

10. Как называется треугольник, в котором две стороны равны между собою? (рис. 72).

11. Какая сторона равнобедренного треугольника обыкновенно принимается за основание? Как называются равные стороны такого треугольника?

12. Какой треугольник изображает стѣна чердака под двухскатной крышей?

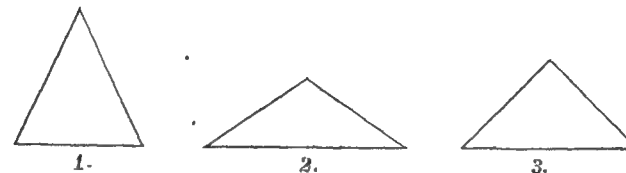


Рис. 72.

13. Вершина равнобедренного треугольника соединена с серединою его основания (рис. 73). Что можно сказать о тех треугольниках, на которые разделился равнобедренный треугольник? (См. § 13, вывод № 4, третий признак равенства треугольников).

14. Какие углы образует с основанием линия, соединяющая вершину равнобедренного треугольника с серединою основания?

15. Как делит эта линия угол при вершинѣ?

16. Что можно сказать об углах при основании равнобедренного треугольника?

17. Как велик угол при вершинѣ равнобедренного треугольника, если углы при основании содержат: а) по 56° , б) по 30° ?

18. Как велик каждый угол при основании равнобедренного треугольника, если угол при вершинѣ содержит: а) 56° б) 110° ?

19. Как назовете вы равнобедренный треугольник, в котором есть прямой угол? (рис. 74). Что можно сказать о катетах такого треугольника?

20. Как велики углы равнобедренного прямоугольного треугольника?

21. Как называется такой треугольник, у которого все три стороны равны между собою? (рис. 75).

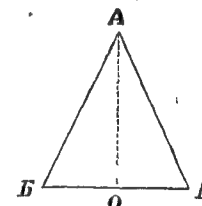


Рис. 73.

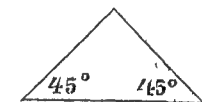


Рис. 74.

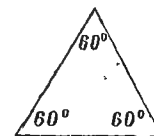


Рис. 75.

22. Что можно сказать об углах равностороннего треугольника? Сколько градусов содержит каждый угол равностороннего треугольника?

23. Сторона равностороннего треугольника имеет длину 2 фт. 4 дм. Как велик периметръ?

24. Периметръ равностороннего треугольника содержит 14 ар. Какую длину имеет каждая сторона?

б) Построения.

1. Начертите: а) остроугольный треугольник; б) тупоугольный треугольник; в) прямоугольный треугольник.

2. Начертите равнобедренный остроугольный треугольник. (Постройте острый угол и отложите поровну на его сторонах).

3. Начертите равнобедренный тупоугольный треугольник.

4. Начертите равнобедренный прямоугольный треугольник.

5. При помощи равнобедренного треугольника разделите пополам: а) острый угол; б) тупой угол; в) прямой угол. (На сторонах угла отложите поровну; из вершины построенного равнобедренного треугольника опустите перпендикуляр на его основание или соедините вершину с серединою основания).

6. Начертите равносторонний треугольник, сторона которого была бы длиною въ 5 см.

7. Начертите, на отдѣльномъ листѣ, равносторонний треугольник. Вырѣжьте. Раздѣлите пополамъ каждую сторону. Соедините середины сторонъ прямыми линиями и по этимъ линиямъ согните такъ, чтобы получилась пирамида.

в) Выводы.

1. Треугольники бываютъ остроугольные, тупоугольные и прямоугольные.

2. Треугольники бываютъ разносторонние, равнобедренные и равносторонние.

3. Линія, соединяющая вершину равнобедреннаго треугольника съ серединою его основанія, перпендикулярна къ основанію и дѣлитъ пополамъ уголъ при вершинѣ.

4. Углы при основаніи равнобедреннаго треугольника равны между собою.

5. Каждый уголъ равносторонняго треугольника содержитъ 60° .

ЧЕТЫРЕУГОЛЬНИКИ.

§ 15. Квадратъ.

а) Вопросы.

1. Два равнобедренныхъ прямоугольныхъ треугольника, равныхъ между собою, приложены одинъ къ другому гипотенузами такъ, какъ показано на рис. 76. Какіе углы имеетъ образовавшійся четырехугольникъ $ABVG$? (См. § 14, вопросъ № 20). Что можно сказать о длинѣ всѣхъ сторонъ этого четырехугольника?

2. Какъ называется четырехугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые, и всѣ стороны равны между собою?

3. Изъ сколькихъ и изъ какихъ четырехугольниковъ состоитъ поверхность куба?

4. Какія стороны квадрата параллельны между собою? (См. § 11, вопросъ № 13 или № 12).

5. Какъ называется линія, соединяющая противоположныя вершины квадрата?

6. Какъ дѣлитъ діагональ углы квадрата?

7. Сколько диагоналей можно провести въ квадратѣ? (рис. 77).

8. На сколько треугольниковъ дѣлится квадратъ каждой діагональю? Какіе это треугольники?

9. На сколько треугольниковъ дѣлится квадратъ обѣими діагоналями вмѣстѣ? Какіе это треугольники?

10. Что можно сказать о длинѣ обѣихъ диагоналей квадрата?

11. Какіе углы образуютъ между собою діагонали квадрата, и какъ онѣ дѣлятъ другъ друга?

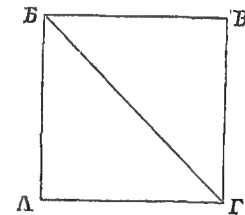


Рис. 76.

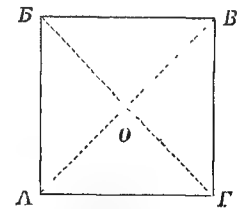


Рис. 77.

12. Какъ великъ периметръ квадрата, у котораго сторона равна: а) 25 саж.; б) 12 м. 50 см.?

13. Какъ велика сторона квадрата, периметръ котораго равенъ: а) 1 арш.; б) 1 м.?

б) Построенія.

1. Начертите прямой уголъ съ равными сторонами и дополните рисунокъ до квадрата:

- а) при помощи наугольника;
- б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Постройте квадраты, стороны которыхъ имѣли бы длину: а) 2 дм.; б) 6 см.; в) 1 см.

3. Постройте квадратъ, діагональ котораго была бы равна 8 см.

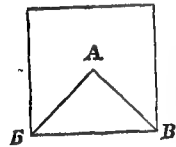


Рис. 78.

4. Постройте квадратъ на гипотенузѣ равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника (рис. 78). Сравните величину этого квадрата съ величиной треугольника.

5. Начертите квадратъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по діагонали и приложите одинъ кусокъ къ другому такъ, чтобы получился равнобедренный треугольникъ.

6. Начертите квадратъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины противоположныхъ сторонъ соедините прямыми линиями (рис. 79). Вырѣжьте квадратъ и согните по этимъ линиямъ. На какія фигуры дѣлится квадратъ этими линиями?

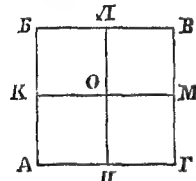


Рис. 79.

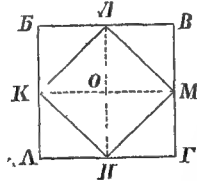


Рис. 80.

7. Начертите квадратъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины сторонъ, по порядку, соедините прямыми линиями (рис. 80). Какую фигуру образуютъ эти линии? Вырѣжьте

квадратъ и согните по этимъ линиямъ. Сравните величину квадрата *КЛМН* съ величиной квадрата *АБВГ*.

8. Начертите шесть одинаковыхъ квадратовъ, расположенныхъ такъ, какъ показано на рис. 81 (сѣтка куба). Вырѣжьте. Согните такъ, чтобы образовался кубъ.

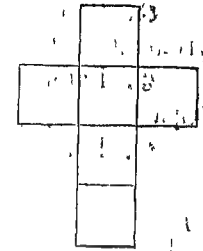


Рис. 81.

в) Выводы.

1. Квадратъ есть четырехугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые, и всѣ стороны равны между собою. Противоположныя стороны квадрата параллельны.

2. Діагональ дѣлитъ квадратъ на два равныхъ треугольника; эти треугольники равнобедренные и прямоугольные.

3. Діагонали дѣлятъ пополамъ углы квадрата.

4. Діагонали квадрата равны между собою; они перпендикулярны другъ къ другу и дѣлятъ другъ друга пополамъ.

5. Обѣ діагонали вмѣстѣ дѣлятъ квадратъ на четыре равныхъ треугольника; эти треугольники равнобедренные, и прямоугольные.

§ 16. Прямоугольникъ.

а) Вопросы.

1. Разносторонніе прямоугольные треугольники *АБВ* и *АГВ*, равные между собою, приложены, одинъ къ другому, гипотенузами такъ, какъ показано на рис. 82. Какіе углы имѣетъ образовавшийся четырехугольникъ *АБВГ*? (См. § 14, вопросъ № 5).

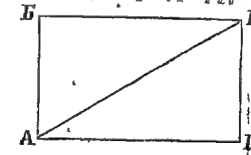


Рис. 82.

2. Какъ называется четырехугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые?

3. Что можно сказать о величинѣ

и о направленіи противоположныхъ сторонъ прямоугольника?

4. Какую форму имѣетъ листъ бумаги, стѣна комнаты? Укажите еще примѣры прямоугольниковъ.

5. На какіе треугольники дѣлится прямоугольникъ каждою діагональю? (рис. 83).

6. Что можно сказать о длинѣ обѣихъ диагоналей прямоугольника? (Сравните треугольники ABB и $BBГ$).

7. Какъ дѣлятъ другъ друга диагонали прямоугольника? (Сравните треугольники $АОГ$ и $БОВ$).

8. Какіе углы образуютъ между собою диагонали прямоугольника?

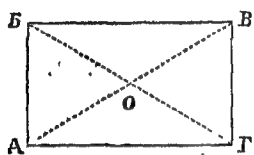


Рис. 83.

9. Какія стороны прямоугольника называются основаніемъ и высотой его? Какъ иначе называются пересѣкающіяся стороны прямоугольника?

10. Какъ великъ периметръ прямоугольника, у котораго длина 9 см., а ширина 5 см.?

11. Въ чемъ сходенъ прямоугольникъ съ квадратомъ, и чѣмъ отличается онъ отъ квадрата?

б) Построенія.

1. Начертите прямой уголъ съ неравными сторонами и дополните рисунокъ до прямоугольника:

- при помощи угольника;
- при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Начертите прямоугольникъ: а) длиною въ 3 дм. и шириною въ 2 дм.; б) длиною въ 8 см. и шириною въ 5 см.

3. Начертите прямоугольникъ, длина котораго 7 см., а периметръ 22 см.

4. Начертите два различныхъ прямоугольника, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы периметръ въ 18 см.

5. Начертите два различныхъ прямоугольника, диагонали которыхъ были бы длиною въ 9 см.

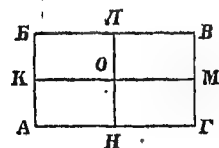


Рис. 84.

6. Начертите прямоугольникъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины противоположныхъ сторонъ соедините прямыми линиями (рис. 84). Вырѣжьте прямоугольникъ и согните по этимъ линиямъ. На какія фигуры дѣлится прямоугольникъ этими линиями?

7. Начертите прямоугольникъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по диагонали и приложите одинъ кусокъ къ другому такъ, чтобы получился равнобедренный треугольникъ.

8. Начертите прямоугольникъ. На одной изъ сторонъ возьмите гдѣ-нибудь точку O и соедините ее съ противоположными вершинами A и $Г$ (рис. 85). Вырѣжьте прямоугольникъ. Разрѣжьте по линиямъ AO и $ГО$ и изъ полученныхъ кусковъ составьте два равныхъ между собою треугольника.

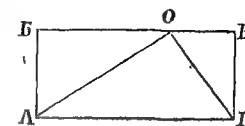


Рис. 85.

9. Начертите: а) сѣтку призмы, основанія которой квадраты (рис. 86); б) сѣтку призмы, основанія которой прямоугольники (рис. 87). Вырѣжьте и согните надлежащимъ образомъ.

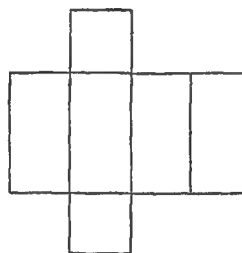


Рис. 86.

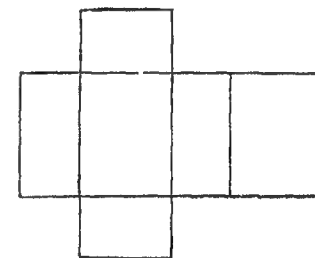


Рис. 87.

в) Выводы.

- Прямоугольникомъ называется четырехугольникъ, въ которомъ всѣ углы прямые.
- Противоположные стороны прямоугольника параллельны и равны между собою.
- Диагональ дѣлитъ прямоугольникъ на два равныхъ прямоугольныхъ треугольника.
- Диагонали прямоугольника равны между собою.
- Диагонали прямоугольника дѣлятъ другъ друга пополамъ.

§ 17. Ромбъ.

а) Вопросы.

1. Равнобедренные треугольники ABB и AGB , равные между собою, приложены одинъ къ другому основаниями такъ,

какъ, показано на рис. 88. Что можно сказать о величинѣ всѣхъ сторонъ образовавшагося четырехугольника *АВВГ*?

2. Какъ называется четырехугольникъ, у котораго всѣ стороны равны между собою?

3. Что можно сказать о направленіи противоположныхъ сторонъ ромба? (§ 11, вопросъ № 12).

4. Что можно сказать о величинѣ противоположащихъ угловъ ромба?

5. Если продолжить одну изъ сторонъ ромба, напр. *АВ*, то образуется уголъ *ДВВ* (рис. 89). Какіе углы ромба равны углу *ДВВ*? (§ 11, вопросъ № 11).

Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ углы ромба, прилежащія къ одной и той же сторонѣ?

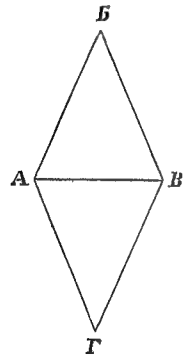


Рис. 88.

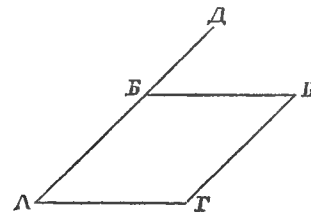


Рис. 89.

6. Одинъ изъ угловъ ромба содержитъ 55° . Какъ велики прочіе углы?

7. Чему равна сумма всѣхъ угловъ ромба?

8. На какіе треугольники дѣлится ромбъ каждой діагональю? (рис. 90).

9. Какъ дѣлятъ діагонали ромба его углы?

10. На какіе треугольники дѣлится ромбъ обѣими діагоналями вмѣстѣ? (См. § 13, выводъ № 4, второй признакъ равенства треугольниковъ).

11. Какіе углы образуютъ между собою діагонали ромба, и какъ онѣ дѣлятъ другъ друга?

12. Что называется высотой ромба? основаніемъ ромба? (рис. 91).

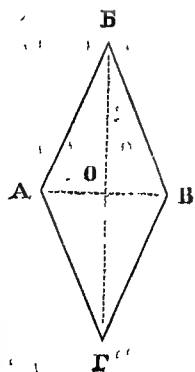


Рис. 90.

13. Какъ великъ периметръ ромба, у котораго сторона равна $6\frac{1}{2}$ дм.?

14. Какъ велика сторона ромба, у котораго периметръ равенъ 1 м 20 см.?

15. Въ чемъ сходенъ ромбъ съ квадратомъ и съ прямоугольникомъ, и чѣмъ онъ отличается отъ нихъ?

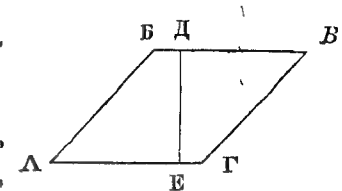


Рис. 91.

б) Построенія.

1. Начертите уголъ въ 60° , отложите поровну на его сторонахъ и дополните рисунокъ до ромба:

а) при помощи наугольника;

б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Постройте два различныхъ ромба, которые имѣли бы стороны длиною по 4 см.

3. Начертите ромбъ, у котораго одна діагональ равна 6 см., другая 4 см.

4. Постройте ромбъ, у котораго основаніе равно 8 см., а высота 6 см. Измѣрьте одинъ изъ угловъ и вычислите другіе.

5. Начертите прямоугольникъ. Раздѣлите пополамъ всѣ стороны. Средины сторонъ, по порядку, соедините прямыми линиями (рис. 92). Какую фигуру образуютъ эти линіи?



Рис. 92.

6. Начертите ромбъ. Вырѣжьте. Согните по діагоналямъ.

7. Начертите ромбъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте перпендикулярно къ основанію (рис. 91). Изъ полученныхъ кусковъ составьте прямоугольникъ, который имѣлъ бы одинаковое съ ромбомъ основаніе и одинаковую высоту.

в) Выводы.

1. Ромбъ есть четырехугольникъ, всѣ стороны котораго равны между собою.

2. Противоположныя стороны ромба параллельны между собою. Противолежащія углы ромба равны между собою.

3. Диагональ дѣлитъ ромбъ на два равныхъ равнобедренныхъ треугольника.

4. Диагонали ромба дѣлятъ его углы пополамъ.

5. Диагонали ромба перпендикулярны между собою и дѣлятъ другъ друга пополамъ.

§ 18. Параллелограммъ.

а) Вопросы.

1. Разносторонніе треугольники $АВВ$ и $АГВ$, равные между собою, приложены другъ къ другу такъ, какъ показано на рис. 93. Что можно сказать о направленіи противоположныхъ сторонъ образовавшагося четырехугольника $АВВГ$? (§ 11, вопросъ № 12).

2. Какъ называется четырехугольникъ, у котораго противоположные стороны параллельны между собою?

3. Что можно сказать о величинѣ противоположныхъ сторонъ параллелограмма?

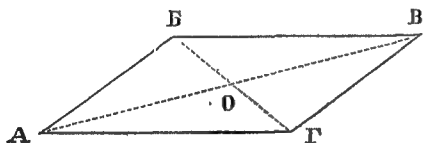


Рис. 93.

4. Что можно сказать о величинѣ противоположныхъ угловъ параллелограмма?

5. Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ углы параллелограмма, прилежащіе къ одной и той же сторонѣ его? (§ 17, вопросъ № 5).

6. Одинъ изъ угловъ параллелограмма содержитъ 47° . Какъ велики прочіе углы?

7. Чему равна сумма всѣхъ угловъ параллелограмма?

8. На какіе треугольники дѣлится параллелограммъ каждой діагональю?

9. Равны ли между собою всѣ четыре треугольника, на которые дѣлится параллелограммъ обѣими діагоналями вмѣстѣ? Какіе изъ этихъ треугольниковъ равны между собою? (§ 13, выводъ № 4, б).

10. Какъ дѣлятъ другъ друга діагонали параллелограмма?

11. Что называется высотой и основанием параллелограмма? (§ 17, вопросъ № 12).

12. Смежные стороны параллелограмма имѣютъ такую длину: одна 4 сж. 2 ар., другая 3 сж. 1 ар. Какъ великъ периметръ?

13. Въ чемъ сходенъ параллелограммъ съ прямоугольникомъ, ромбомъ и квадратомъ, и чѣмъ онъ отличается отъ нихъ?

б) Построенія.

1. Начертите острый или тупой уголъ съ неравными сторонами и дополните рисунокъ до параллелограмма:

а) при помощи угольника;

б) при помощи циркуля или бумажной полоски.

2. Постройте два различныхъ параллелограмма, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы периметръ въ 24 см., а основание въ 8 см.

3. Постройте два различныхъ параллелограмма, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы такія діагонали: одну въ 7 см., другую въ 5 см.

4. Постройте два различныхъ параллелограмма, изъ которыхъ каждый имѣлъ бы основание въ 8 см., а высоту въ 6 см.

5. Начертите квадратъ, прямоугольникъ, ромбъ и параллелограммъ, такъ чтобы всѣ эти фигуры имѣли одинаковый периметръ: въ 20 см.

6. Начертите параллелограммъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте перпендикулярно къ основанію и изъ полученныхъ кусковъ составьте прямоугольникъ. Сравните основаніе и высоту этого прямоугольника съ основаніемъ и высотой параллелограмма.

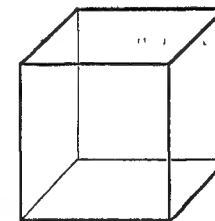


Рис. 94.

7. Начертите квадратъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по діагонали и изъ полученныхъ двухъ треугольниковъ составьте параллелограммъ. Сдѣлайте то же самое съ прямоугольникомъ.

8. Начертите кубъ такъ, какъ показано на рис. 94: передняя и задняя грани изображены квадратами, а прочія грани — параллелограммами.

в) Выводы.

1. Параллелограммъ есть четырехугольникъ, у котораго противоположныя стороны параллельны.

2. Противоположныя стороны параллелограмма равны между собою. Противоположные углы параллелограмма равны между собою.

3. Диагональ дѣлитъ параллелограммъ на два равныхъ треугольника.

4. Диагонали параллелограмма дѣлятъ другъ друга пополамъ.

5. У квадрата, прямоугольника и ромба противоположныя стороны параллельны. Эти фигуры также могутъ быть названы параллелограммами:

а) Ромбъ есть параллелограммъ съ равными сторонами.

б) Прямоугольникъ есть параллелограммъ съ прямыми углами.

в) Квадратъ, есть параллелограммъ съ прямыми углами и съ равными сторонами.

§ 19. Трапеція.

а) Вопросы.

1. Какъ называется четырехугольникъ, въ которомъ параллельны только двѣ стороны? (рис. 95).

2. Какія стороны трапеціи называются основаніями ея? Что называется высотой трапеціи?

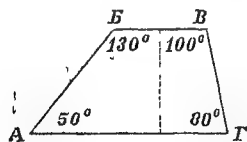


Рис. 95.

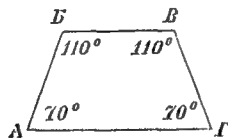


Рис. 96.

- 3.** Какъ называются непараллельныя стороны трапеціи?
- 4.** Что можно сказать объ углахъ трапеціи, прилежащихъ къ одной и той же боковой сторонѣ? (§ 17, вопросъ № 5).
- 5.** Чему равна сумма всѣхъ угловъ трапеціи?
- 6.** Какъ называется трапеція, у которой боковыя стороны равны между собою? (рис. 96).

7. Что можно сказать объ углахъ равнобедренной трапеціи, прилежащихъ къ тому и другому основанію ея?

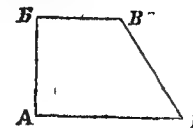


Рис. 97.

8. Сколько прямыхъ угловъ можетъ имѣть трапеція? (рис. 97). Какая сторона такой трапеціи будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и высотой ея?

9. Какъ называется линия, соединяющая середины боковыхъ сторонъ трапеціи? (рис. 98).

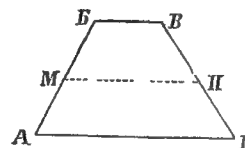


Рис. 98.

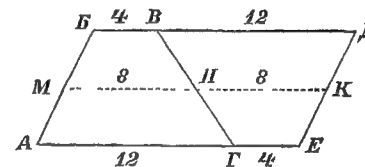


Рис. 99.

10. Двѣ одинаковыхъ трапеціи $ABVG$ и $GVDE$ приложены другъ къ другу такъ, какъ показано на рис. 99. Какой четырехугольникъ образуютъ опѣ вмѣстѣ? Сравните удвоенную среднюю линию трапеціи MK съ суммою параллельныхъ сторонъ трапеціи. Какъ велика средняя линия трапеціи сравнительно съ суммою параллельныхъ сторонъ ея? Что можно сказать о направленіи средней линии трапеціи?

11. Одна изъ параллельныхъ сторонъ трапеціи равна 65 саж., другая 35 саж. Какъ велика средняя линия?

12. Средняя линия трапеціи имѣетъ длину 20 м., одна изъ параллельныхъ сторонъ 15 м. Какова длина другой параллельной стороны?

13. На рис. 100 изображены шипы и гнѣзда, при помощи которыхъ соединяются стѣнки ящичковъ. Какое очертаніе имѣютъ эти шипы и гнѣзда?

14. Какую форму имѣютъ подоконники въ камешныхъ домахъ? поперечные разрѣзы канавъ и насыпей? Укажите еще примѣры трапеціи.

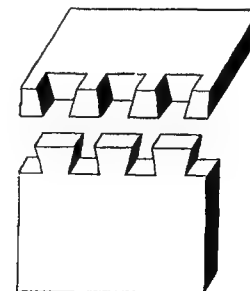


Рис. 100.

б) Построения.

1. Начертите равносторонний треугольник. Проведите линию параллельно одной из сторон так, чтобы она пересекла треугольник. Как велики углы полученной трапеции?
2. Начертите трапецию, у которой параллельные стороны имѣли бы такую длину: одна 7 см., другая 5 см. Раздѣлите пополамъ боковыя стороны и соедините ихъ. Измѣрьте среднюю линию и сравните ее съ суммою параллельныхъ сторонъ.
3. Въ трапеціи съ двумя прямыми углами параллельныя стороны имѣютъ длину: одна 3 м., другая 2 м.; а разстояніе между ними 1 м. Начертите эту трапецію, уменьшивъ данныя линіи въ 50 разъ.
4. Начертите параллелограммъ и проведите прямую, которая раздѣлила бы его на двѣ равныя трапеціи (рис. 99).
5. То же самое сдѣлайте съ прямоугольникомъ.

в) Выводы.

1. Трапеція есть четырехугольникъ, въ которомъ параллельны только двѣ стороны.
2. Средняя линія трапеціи параллельна ея основаніямъ и равна полусуммѣ ихъ.

§ 20. Четырехугольникъ вообще.

а) Вопросы.

1. Сколько диагоналей можно провести во всякомъ четырехугольникѣ? (рис. 101).
2. На какія фигуры дѣлится четырехугольникъ каждой диагональю?

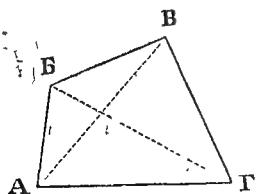


Рис. 101.

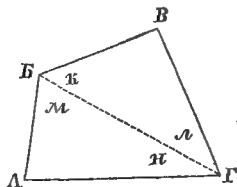


Рис. 102.

3. Диагональ дѣлитъ противоположкіе углы четырехугольника на такія части: $k = 50^\circ$, $m = 70^\circ$, $l = 35^\circ$ и $n = 30^\circ$

(рис. 102). Какъ великъ каждый уголь этого четырехугольника?

4. Чему равна сумма всѣхъ угловъ всякаго четырехугольника?

б) Построения.

1. Начертите какой-нибудь треугольникъ и проведите прямую линію, которая отсѣкала бы отъ него четырехугольникъ, не имѣющій параллельныхъ сторонъ.
2. Диагональ четырехугольника, равная 10 см., дѣлитъ его на два треугольника, изъ которыхъ одинъ имѣетъ высоту въ 6 см., а другой—въ 5 см. (рис. 103). По этимъ даннымъ постройте два различныхъ четырехугольника.
3. Начертите двѣ перпендикулярныя прямыя и по обѣ стороны отъ точки ихъ пересѣченія отложите: на одной изъ нихъ равныя части, на другой—неравныя. Соедините концы отложенныхъ частей (рис. 104). Полученный четырехугольникъ будетъ ли имѣть параллельныя стороны? Будутъ ли въ немъ равныя стороны? Будутъ ли равныя углы?

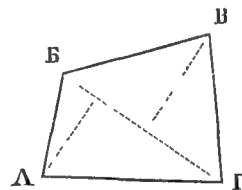


Рис. 103.

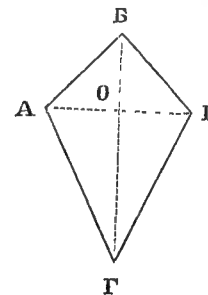


Рис. 104.

4. Начертите четырехугольникъ безъ параллельныхъ сторонъ, въ которомъ былъ бы одинъ прямой уголь.
5. Начертите прямоугольникъ. Вырѣжьте. Разрѣжьте по диагонали. Изъ полученныхъ треугольниковъ составьте четырехугольникъ, въ которомъ не было бы параллельныхъ сторонъ. Сколько прямыхъ угловъ имѣетъ этотъ четырехугольникъ?

в) Выводъ.

Сумма угловъ всякаго четырехугольника равна четыремъ прямымъ угламъ, или 360° .

МНОГОУГОЛЬНИКИ И КРУГЪ.

§ 21. Многоугольникъ.

а) Вопросы.

1. Въ треугольникъ $АВВ$ соединены точки $Д$ и $Е$, потомъ точки $Ж$ и $З$, затѣмъ точки $К$ и $Л$ (рис. 105). Какая получится фигура, если отнять треугольникъ $ВЕД$? еще отнять треугольникъ $ЖАЗ$? еще отнять треугольникъ $КБЛ$?

2. Сколько сторонъ имѣетъ пятиугольникъ, шестиугольникъ? и т. д.

3. Сколько диагоналей можно провести изъ одной вершины пятиугольника? (рис. 106). На сколько треугольниковъ раздѣлится пятиугольникъ этими диагоналями?

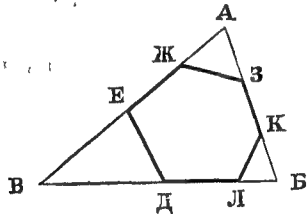


Рис. 105.

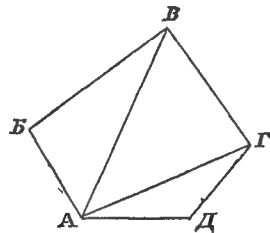


Рис. 106.

4. Сколько диагоналей можно провести изъ одной вершины шестиугольника? восьмиугольника? На сколько треугольниковъ раздѣлится тогда эти многоугольники?

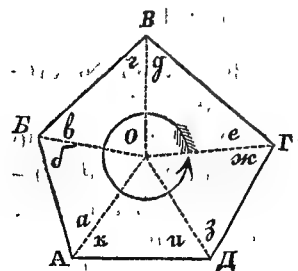


Рис. 107.

5. Внутри пятиугольника взята точка O и соединена со всѣми вершинами (рис. 107). На сколько треугольниковъ раздѣлился пятиугольникъ? На сколько треугольниковъ раздѣлился бы шестиугольникъ? десятиугольникъ?

6. Изъ какихъ угловъ этихъ треугольниковъ составитъ сумма угловъ пятиугольника? Какіе углы треугольниковъ не войдутъ въ эту сумму? Чему равна сумма угловъ пятиугольника?

7. Какъ велика сумма угловъ шестиугольника? восьмиугольника? десятиугольника?

б) Построенія.

1. Начертите какой-нибудь пятиугольникъ, какой-нибудь шестиугольникъ.

2. Постройте пятиугольникъ по слѣдующимъ даннымъ (рис. 108). Диагональ $АВ = 7$ см. Перпендикуляры, опущенные на нее изъ вершинъ, имѣютъ такую длину: $ДЕ = 3$ см.; $БО = 2$ см.; $ГК = 1$ см. 5 мм. Разстоянія перпендикуляровъ отъ точки $А$ таковы: $АЕ = 2$ см.; $АО = 4$ см. 5 мм.; $АК = 6$ см.

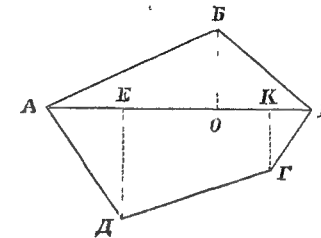


Рис. 108.

в) Выводы.

1. Прямолинейная фигура, имѣющая болѣе четырехъ сторонъ, называется вообще многоугольникомъ.

2. Сумма угловъ многоугольника равна двумъ прямымъ угламъ (180°), повтореннымъ столько разъ, сколько сторонъ, за вычетомъ четырехъ прямыхъ угловъ (360°).

§ 22. Симметричныя фигуры.

а) Вопросы.

1. У фигуры $АВВГД$ (рис. 109) вершины $В$ и $Г$ лежатъ на линіи, перпендикулярной къ прямой $МН$, и на равныхъ отъ нея разстояніяхъ; точно такъ же расположены вершины $Б$ и $Д$. Если перегнуть фигуру по линіи $МН$, совпадутъ ли тѣ части, на которыя фигура дѣлится этой линіей? Какъ называется такая фигура относительно линіи $МН$? Какъ называется линія $МН$?

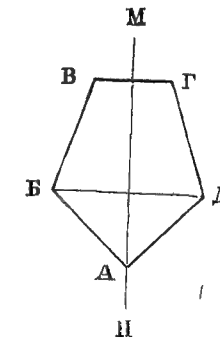


Рис. 109.

2. Какіе треугольники симметричны? Сколько осей симметріи имѣетъ равнобедренный треугольникъ? равносторонний треугольникъ? (рис. 110 и 111).

3. Сколько осей симметрии имеют прямоугольник? ромб? квадрат? (рис. 112, 113 и 114).

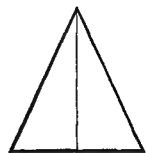


Рис. 110.

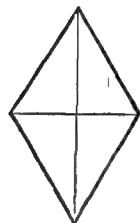


Рис. 113.

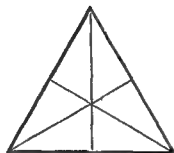


Рис. 111.



Рис. 112.

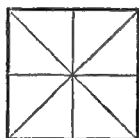


Рис. 114.

б) Построения.

1. Проведите прямую *MN* и постройте четырехугольник, симметричный относительно этой линии, так чтобы две вершины лежали на оси (рис. 115). Когда вершины *A* и *B* уже нанесены, то как надо взять вершины *B* и *Г*, чтобы получился ромб? чтобы получился квадрат?

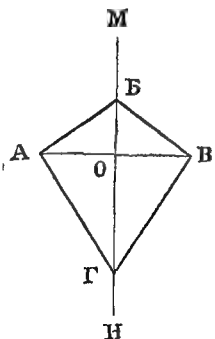


Рис. 115.

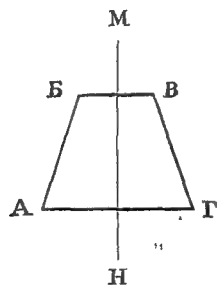


Рис. 116.

2. Проведите прямую *MN* и постройте четырехугольник, симметричный относительно этой линии, так чтобы ни одна вершина не лежала на оси (рис. 116). Как надо сделать построение, чтобы получился прямоугольник? чтобы получился квадрат?

3. Начертите пятиугольник, симметричный относительно линии *MN* (рис. 117). Сколько пар равных углов и равных сторон должен иметь такой пятиугольник? Сколько углов и сколько сторон делятся осью пополам?

4. Постройте шестиугольник, симметричный относительно линии *MN*, так чтобы ни одна вершина не лежала на оси (рис. 118). Сколько пар равных углов и равных сторон должен иметь такой шестиугольник? Каким сторонам его должны быть параллельны? Как делятся эти стороны осью?

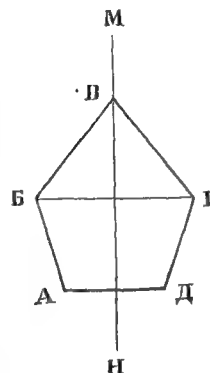


Рис. 117.

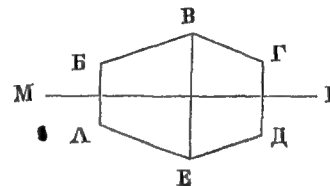


Рис. 118.

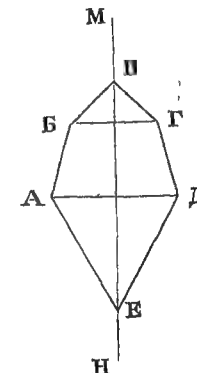


Рис. 119.

5. Постройте шестиугольник, симметричный относительно линии *MN*, так чтобы две вершины лежали на оси (рис. 119). Сколько пар равных углов и равных сторон должен иметь такой шестиугольник? Сколько углов делятся осью пополам?

6. Согните вдвое листок бумаги. У сгиба нарисуйте половинку листа какого-нибудь дерева (рис. 120—лист розового куста). Вырежьте. Разогните. Относительно какой линии будет симметрична полученная фигура?

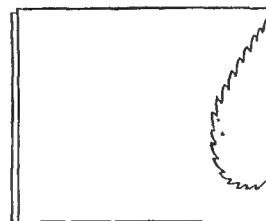


Рис. 120.

в) Выводъ.

Фигура называется симметричной относительно прямой линии, если при сгибании по ней совпадутъ обѣ части, на которыя фигура дѣлится этой линіей. Линія эта называется осью симметріи.

§ 23. Кругъ.

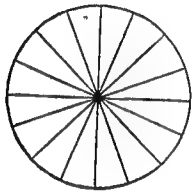


Рис. 121.

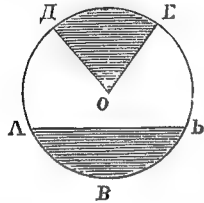


Рис. 122.

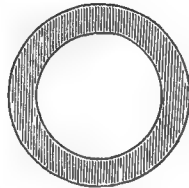


Рис. 123.

а) Вопросы.

1. Какъ называется плоская поверхность, ограниченная окружностью?
2. Сколько осей симметріи имѣетъ кругъ? (рис. 121).
3. Чѣмъ ограничена часть круга $АВВ$, называемая круговымъ отрезкомъ (сегментъ)? (рис. 122).
4. Чѣмъ ограничена часть круга $ДОЕ$, называемая круговымъ вырѣзкомъ (секторъ)? (рис. 122).
5. Какіе круги называются концентрическими? (рис. 123).
6. Чѣмъ ограничена фигура, называемая круговымъ кольцомъ? (рис. 123).

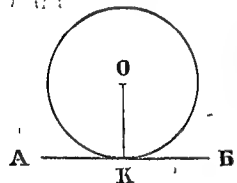


Рис. 124.

7. Когда прямая линія и окружность называются касательными другъ къ другу? Какъ называется общая точка ихъ? (рис. 124).

8. Колесо катится по прямой линіи. Какою будетъ эта линія относительно окружности колеса?

9. Черезъ блокъ перекинута веревка съ грузомъ. Какими линіями относительно окружности блока будутъ прямая части веревки? (рис. 125).

10. Какая точка касательной $АВ$ ближе всего къ центру круга? (рис. 124). Какіе углы образуетъ касательная съ радиусомъ, проведеннымъ въ точку касанія?

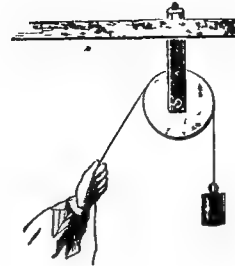


Рис. 125.

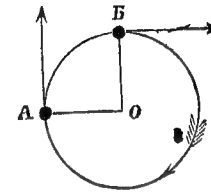


Рис. 126.

11. Если къ одному концу нитки привязать гирьку и быстро вращать нитку около другого конца, то какую кривую линію будетъ описывать гирька? (рис. 126). Если нитка оборвется въ то время, когда гирька находится въ точкѣ $А$ или въ точкѣ $В$, по какому направленію полетитъ гирька?

12. Когда двѣ окружности называются касательными другъ къ другу?

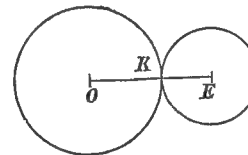


Рис. 127.

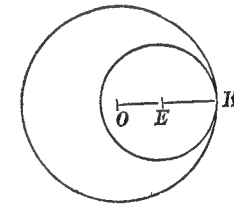


Рис. 128.

13. Какъ расположены центры круговъ и точка касанія, когда круги касаются другъ друга извнѣ (рис. 127); когда круги касаются изнутри? (рис. 128).

б) Построенія.

1. Начертите кругъ. Возьмите на его окружности точку $К$ и проведите черезъ нее прямую, касательную къ кругу.
2. Проведите прямую $АВ$. Возьмите на ней точку $К$ и радиусомъ въ 1 см. 5 мм. опишите окружность, касательную къ $АВ$ въ точкѣ $К$ (рис. 124).

3. Начертите двѣ концентрическихъ окружности.

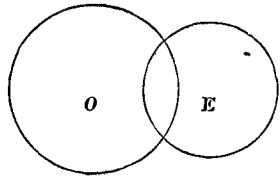


Рис. 129.

4. Начертите двѣ пересѣкающихся окружности (рис. 129).

5. Опишите окружность радиусомъ въ 3 см. Возьмите на ней точку *K*. Опишите другую окружность радиусомъ въ 2 см., которая касалась бы первой окружности въ точкѣ *K*: а) извне (рис. 127); б) изнутри (рис. 128).

6. Начертите слѣдующія восемь фигуръ, въ увеличенномъ видѣ, каждую на отдѣльной страницѣ тетради (рис. 130).

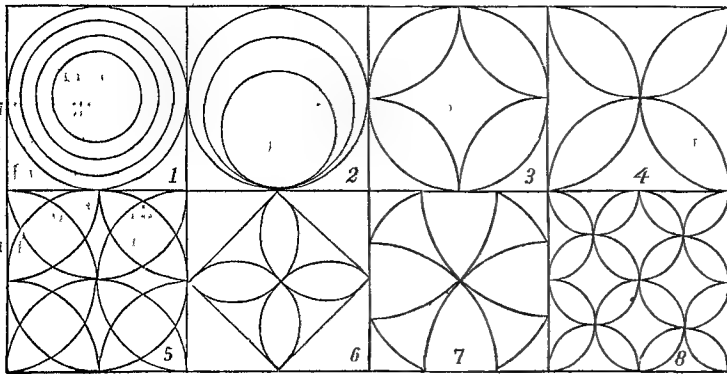


Рис. 130.

7. Начертите двѣ параллельныя прямыя и проведите линію *AB*, къ нимъ перпендикулярную. Принимая *AB* за діаметръ, опишите полуокружность, какъ показано на рис. 131.

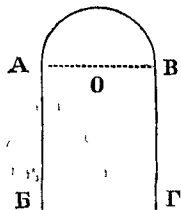


Рис. 131.

8. Сдѣлайте рисунокъ рѣшетки (рис. 132).

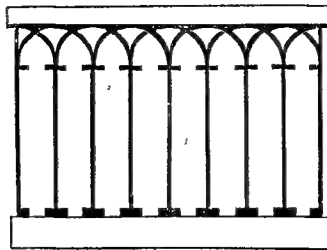


Рис. 132.

9. Начертите спираль, изображенную на рис. 133.

10. Постройте овалъ, изображенный на рис. 134. (Начертите два равныхъ круга такъ, чтобы центръ одного лежалъ на окружности другого. Черезъ точки пересѣченія окружностей *A* и *B* проведите діаметры. Изъ точекъ *A* и *B* опишите дуги *MH* и *KL* радиусомъ, равнымъ діаметру круговъ).

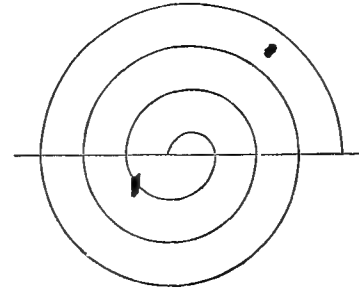


Рис. 133.

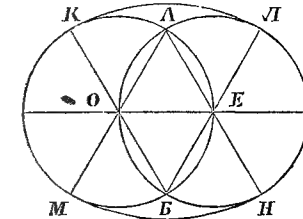


Рис. 134.

11. Начертите эллипсисъ (рис. 135). (Прикрѣпите къ булавкамъ концы нитки. Воткните булавки въ какихъ-нибудь точкахъ Φ_1 и Φ_2 , разстояніе между которыми меньше

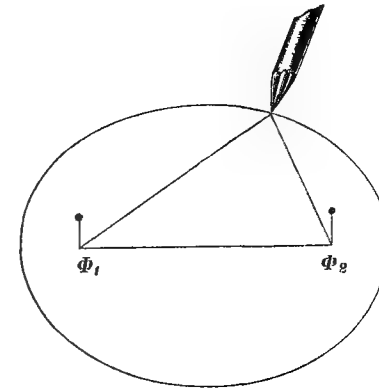


Рис. 135.

длины нитки. Натяните нитку остриемъ карандаша и ведите его по бумагѣ такъ, чтобы нитка все время была натянута. Сначала начертите половину кривой, лежащую по одну сторону линіи $\Phi_1 \Phi_2$, потомъ—по другую).

в) Выводы.

1. *Кругъ есть плоская поверхность, ограниченная окружностью.*
2. *Касательная перпендикулярна къ радиусу, проведенному въ точку касанія.*
3. *Когда два круга касаются одинъ другого, оба центра и точка касанія лежатъ на одной прямой линіи.*

§ 24. Правильные многоугольники.

а) Вопросы.

1. Окружность раздѣлена на равныя части, и точки дѣленія соединены, по порядку, прямыми линіями (рис. 136). Что можно сказать о величинѣ всѣхъ сторонъ полученнаго многоугольника *АВВГД*? (§ 6, вопросъ № 13). Что можно сказать о треугольникахъ, на которые разбивается многоугольникъ радиусами, идущими въ его вершины? (§ 13, выводъ № 4, е). Что можно сказать объ углахъ многоугольника *АВВГД*? (§ 14, выводъ № 4).

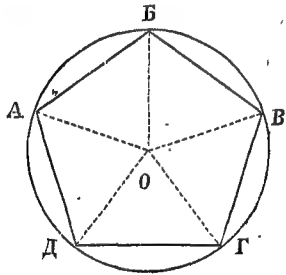


Рис. 136.

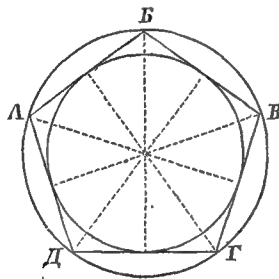


Рис. 137.

2. Какъ называется многоугольникъ съ равными сторонами и равными углами?

3. Какимъ треугольникомъ можно назвать равносторонній треугольникъ? Какимъ четырехугольникомъ можно назвать квадратъ?

4. Какъ называется многоугольникъ относительно круга, окружность котораго проходитъ черезъ вершины многоуголь-

ника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

5. Изъ центра круга, описаннаго около правильнаго многоугольника, опущены перпендикуляры на его стороны (рис. 137). Какъ раздѣлили они стороны многоугольника? (§ 14, выводъ № 3). Что можно сказать о величинѣ всѣхъ этихъ перпендикуляровъ?

6. Если изъ того же центра описать другой кругъ радиусомъ, равнымъ одному изъ этихъ перпендикуляровъ, то второй кругъ коснется всѣхъ сторонъ многоугольника (рис. 137). Почему? (§ 23, выводъ № 2).

7. Какъ называется многоугольникъ относительно круга, который касается всѣхъ сторонъ многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

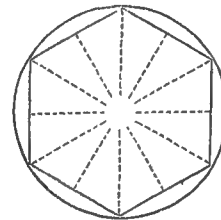


Рис. 138.

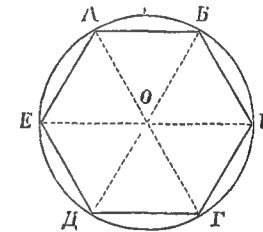


Рис. 139.

8. Въ какой точкѣ пересѣкаются всѣ линіи, дѣлящія пополамъ углы правильнаго многоугольника? Въ какой точкѣ пересѣкаются всѣ перпендикуляры, восстановленные изъ срединъ сторонъ правильнаго многоугольника?

9. Сколько осей симметріи имѣетъ правильный пятиугольникъ? (рис. 137). Правильный шестиугольникъ? (рис. 138).

10. Правильный вписанный шестиугольникъ раздѣленъ на треугольники диагоналями, проходящими черезъ центръ (рис. 139). Какъ велики углы этихъ треугольниковъ, расположенные вокругъ центра? Каковы прочіе углы каждаго треугольника? Каковъ каждый изъ этихъ треугольниковъ? Какъ велика сторона правильнаго вписаннаго шестиугольника сравнительно съ радиусомъ круга?

концовъ его опишите дуги радиусомъ, равнымъ радиусу даннаго круга (рис. 153).

9. Раздѣлите окружность на 12 равныхъ частей: проведите два перпендикулярныхъ между собою диаметра и изъ концовъ ихъ опишите дуги радиусомъ, равнымъ радиусу данной окружности (рис. 154).

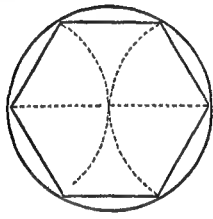


Рис. 153.

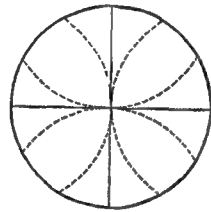


Рис. 154.

10. Начертите кругъ и впишите въ него правильный треугольникъ: раздѣлите окружность на 6 равныхъ частей и точки дѣленія соедините черезъ одну (рис. 156).

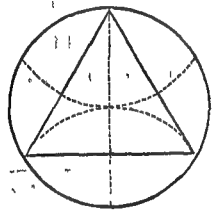


Рис. 155.

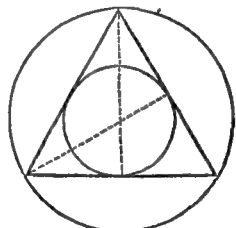


Рис. 156.

11. Начертите правильный (равносторонний) треугольникъ. Опишите около него кругъ. Впишите въ него кругъ (рис. 156). (Раздѣлите пополамъ два угла или проведите двѣ высоты).

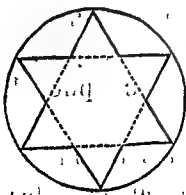


Рис. 157.

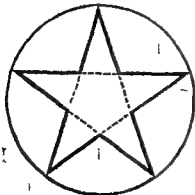


Рис. 158.

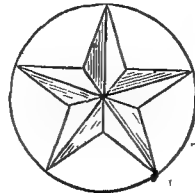


Рис. 159.

12. Начертите шестиконечную звѣзду (рис. 157): раздѣлите окружность на 6 равныхъ частей и всѣ точки дѣленія соедините черезъ одну.

13. Начертите пятиконечную звѣзду (рис. 158): раздѣлите окружность на 5 равныхъ частей и точки дѣленія соедините черезъ одну. (См. § 6, построение № 3).

14. Покройте чертежъ штрихами такъ, какъ показано на рис. 159).

15. Постройте слѣдующія четыре фигуры:

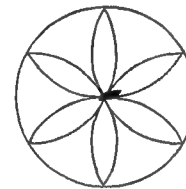


Рис. 160.

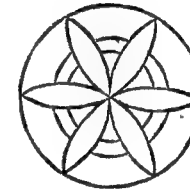


Рис. 161.

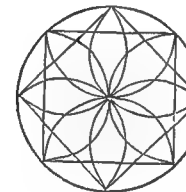


Рис. 162.

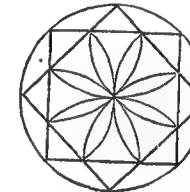


Рис. 163.

в) Выводы.

1. Многоугольникъ съ равными сторонами и равными углами называется правильнымъ многоугольникомъ.

2. Если раздѣлить окружность на равныя части и соединить точки дѣленія, то образуется правильный многоугольникъ.

3. Линіи, дѣлящія пополамъ углы правильного многоугольника, и перпендикуляры, возстановленные изъ среднихъ сторонъ его, всѣ пересѣкаются въ одной точкѣ. Эта точка есть общій центръ двухъ круговъ, изъ которыхъ одинъ можетъ быть описанъ около правильного многоугольника, а другой вписанъ въ него.

4. Сторона правильного вписаннаго шестиугольника равна радиусу круга.

ПОДОБИЕ ФИГУРЪ.

§ 25. Отношеніе линий.

а) Вопросы.

1. Длина комнаты 12 ар., ширина 6 ар. Какъ велико отношеніе длины къ ширинѣ? отношеніе ширины къ длинѣ?

2. Чему равно отношеніе: а) аршина къ вершку? б) вершка къ аршину? в) метра къ сантиметру? г) миллиметра къ сантиметру?

3. Какъ найти отношеніе высоты окна къ ширинѣ его? Найдите.

4. На одной прямой, отъ A до B , отложено 7 равныхъ частей; на другой прямой, отъ B до Γ , отложено 4 такихъ же части (рис. 164). Каково отношеніе линіи AB къ линіи $B\Gamma$? Каково отношеніе линіи $B\Gamma$ къ линіи AB ?

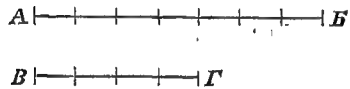


Рис. 164.

5. Чему равно (приблизительно) отношеніе окружности къ діаметру? (§ 6, выводъ № 2).

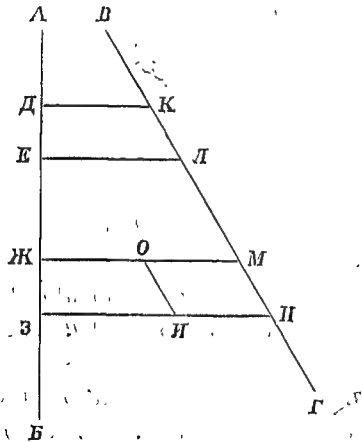


Рис. 165.

6. Прямая AB и $B\Gamma$ (рис. 165) пересѣчены двумя парами параллельныхъ линій: DK и EL , $ЖМ$ и $ЗН$. Если равны между собою отрезки DE и $ЖЗ$, отсѣкаемые параллелями на линіи AB , то что можно сказать объ отрезкахъ

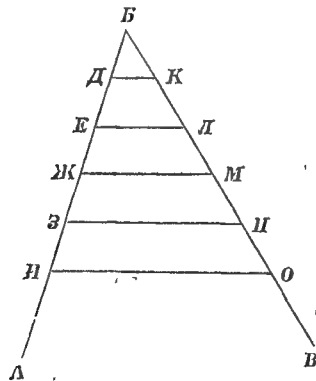


Рис. 166.

KI и MH , отсѣкаемыхъ тѣми же параллелями на прямой $B\Gamma$? (Вообразите, что четырехугольникъ $EDKI$ движется такъ, что сторона DE скользитъ по AB и совпадаетъ съ $ЖЗ$. Какое положеніе приметъ сторона KI ? Какимъ четырехугольникомъ будетъ фигура $ИОМН$?)

7. На сторонѣ BA угла ABV (рис. 166) отложены равныя между собою части, и изъ концовъ ихъ, въ какомъ-нибудь направленіи, проведены параллельныя линіи. Какія части образуются на другой сторонѣ угла?

8. Какъ велико отношеніе линіи BI къ BD и BO къ BK ? (рис. 166). Каково отношеніе BE къ BI и BL къ BO ? Каково отношеніе BI къ $EИ$ и BO къ $ЛО$?

б) Построенія.

1. Начертите двѣ прямыхъ линіи, изъ которыхъ одна составляла бы $\frac{3}{4}$ другой.

2. Постройте прямоугольникъ, у котораго отношеніе длины къ ширинѣ было бы равно $\frac{5}{2}$.

3. Постройте треугольникъ, стороны котораго относились бы между собою, какъ 2 : 3 : 4.

в) Выводъ.

Отношеніемъ двухъ линій называется число, показывающее, во сколько разъ одна линія больше другой, или какую часть одной линіи составляетъ другая.

§ 26. Подобныя фигуры.

а) Вопросы.

1. Многоугольники, изображенные на рис. 167, имѣютъ попарно равныя углы; всѣ стороны, къ которымъ прилежатъ равныя углы, находятся въ одномъ и томъ же отношеніи. Какъ называются такіе многоугольники? Какія стороны подобныхъ многоугольниковъ называются сходственными?

2. Стороны многоугольника $ABVГД$ (рис. 167) имеют такую длину: $AB = 24$ верш.; $BV = 20$ верш.; $ВГ = 27$ верш.; $ГД = 18$ верш.; $ДА = 23$ верш. Сторона ab подобного многоугольника, сходственная сторонѣ AB , равна 12 верш. Какую длину имеют прочія стороны многоугольника $abvгд$?

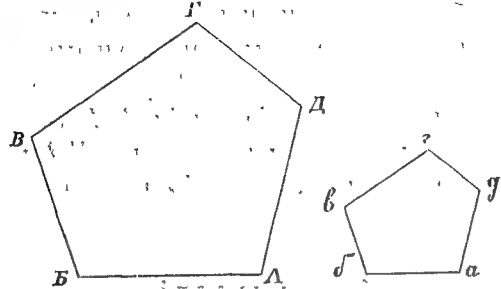


Рис. 167.

3. Отъ треугольника ABV отсѣченъ треугольникъ $ДБО$ линіей $ДО$, параллельной сторонѣ AB (рис. 168). Что можно сказать объ углахъ треугольниковъ ABV и $ДБО$? Сторона AB раздѣлена на 5 равныхъ частей;

сторона $ДВ$ содержитъ 3 такихъ части. Каково отношение AB къ $ДВ$? Изъ точекъ дѣленія проведены линіи, параллельныя AB и параллельныя BV . На сколько и на какія части раздѣлилась сторона BV ? Сколько такихъ частей содержитъ сторона BO ? Каково отношение BV къ BO ?

На сколько и на какія части раздѣлилась сторона AB ? Сколько такихъ частей содержитъ сторона $ДО$? Каково отношение AB къ $ДО$?

4. Какой треугольникъ отсѣкаетъ отъ даннаго треугольника линія, параллельная одной изъ сторонъ его?

5. Треугольники ABV и abv (рис. 169) имеютъ попарно равные углы. Если на большій треугольникъ наложить меньшій такъ, чтобы онъ принялъ положеніе $ДБО$, то линія $ДО$ будетъ параллельна AB . Почему? Что можно сказать о треугольникахъ ABV и abv , у которыхъ углы попарно равны? Какія стороны будутъ сходственными?

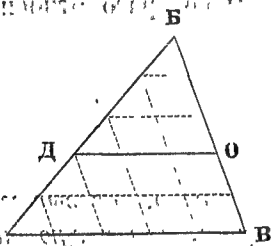


Рис. 168.

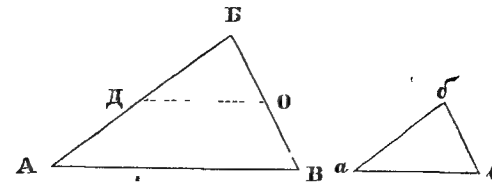


Рис. 169.

6. Если мы знаемъ, что прямоугольные треугольники ABV и abv (рис. 170) имеютъ по равному острому углу, напр. V и v , то можемъ сказать, что такіе треугольники подобны. Почему?

7. Въ одно и то же время дня тѣнь AO отъ башни имѣетъ длину 27 арш., а тѣнь ve отъ поставленной отвѣсно палки равна 3 арш. (рис. 171).

Вышина палки $ve = 4$ арш. Какъ велика высота башни?

8. Чтобы опредѣлить высоту дерева AB , поставили отвѣсно палку $ВГ$ и легли на спину на продолженіи линіи AB такъ, чтобы глазъ O видѣлъ верхушку дерева и верхушку палки на одной прямой линіи (рис. 172). Измѣрили высоту палки и разстоянія отъ дерева и отъ палки до глаза. Если $AO = 25$ арш., $BO = 5$ арш., $ВГ = 3$ арш., то какова высота дерева?

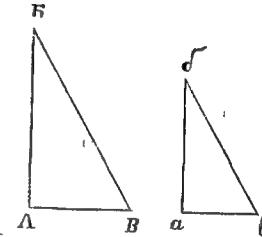


Рис. 170.

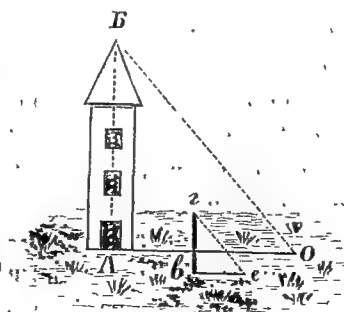


Рис. 171.

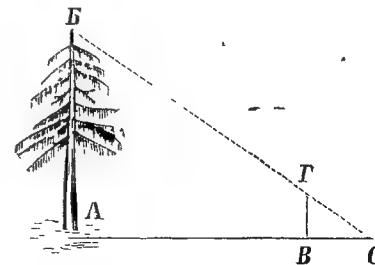


Рис. 172.

9. Чтобы узнатьъ ширину рѣки AB (рис. 173), провели линію, составляющую продолженіе AB , и отложили на ней $AB = 10$ саж. Изъ точки B возстановили перпендикуляръ, на которомъ отложили $ВГ = 60$ саж. Изъ точки F провели линію въ направленіи на точку B . Изъ точки O этой линіи

опустили перпендикуляр OD на линию VG . Этот перпендикуляр вышел длиною в 4 саж., а расстояние DG в 5 саж. Как велика ширина рѣки?

10. Когда приходится нѣсколько линий увеличивать или уменьшать в одномъ и томъ же отношеніи, напр. в отношеніи 3:4, то это удобно сдѣлать такъ (рис. 174). Проводимъ прямую OG и отъ точки O откладываемъ на ней 4 равныя части. Возстановляемъ перпендикуляры в концѣ третьей и четвертой части. Если данную линию надо уменьшить, откладываемъ ее на перпендикулярѣ отъ точки B . Что надо сдѣлать потомъ? Гдѣ будетъ линия, составляющая $\frac{3}{4} BD$? $\frac{3}{4} BJ$? А какъ надо поступать, если требуется увеличить линию в отношеніи $\frac{4}{3}$?

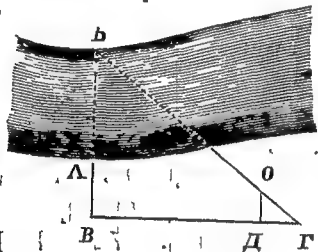


Рис. 173.

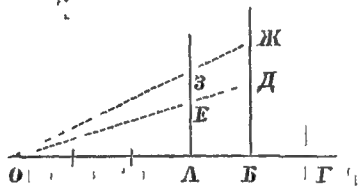


Рис. 174.

11. Въ треугольникахъ ABV и abv (рис. 175) углы B и b равны между собою. Стороны, образующія эти углы, имѣютъ такую длину: $AB = 18$ см., $BV = 12$ см.; $ab = 9$ см., $bv = 6$ см. Въ какомъ отношеніи находятся стороны AB и ab ? BV и bv ? Если отложить $BD = ba$ и провести DO параллельно AB , то образуется треугольникъ DBO , подобный ABV . Какъ велика будетъ сторона BO ? Сравните треугольники DBO и abv (§ 13, выводъ № 4, а). Что же можно сказать о треугольникахъ ABV и abv , которые имѣютъ по равному углу, и углы, которыхъ стороны, образующія эти углы, находятся в одномъ и томъ же отношеніи?

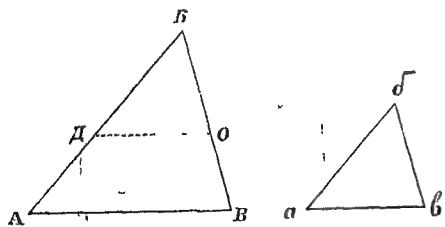


Рис. 175.

12. Между точками A и B находится лѣсокъ (рис. 176). Чтобы опредѣлить расстояние AB , изъ нѣкоторой точки O провели линии OA и OB . Измѣреніемъ найдено, что $OA = 100$ саж., $OB = 80$ саж. Отъ точки O отложили части $OD = 25$ саж. и $OE = 20$ саж. Измѣрили линию DE : она равна 15 саж. Какъ велико расстояние AB ?

13. Треугольники ABV и abv (рис. 177) имѣютъ такія стороны: $AB = 18$ дм., $BV = 15$ дм., $VA = 12$ дм.; $ab = 6$ дм., $bv = 5$ дм., $va = 4$ дм. Каково отношеніе сторонъ AB и ab ? BV и bv ? VA и va ? Если отложить $BD = bv$ и провести DO параллельно BA , то образуется треугольникъ ODV , подобный ABV . Какъ велики будутъ стороны VO и DO ? Сравните треугольники ODV и abv (§ 13, выводъ № 4, а). Что же можно сказать о треугольникахъ ABV и abv , у которыхъ всѣ стороны находятся в одномъ и томъ же отношеніи?

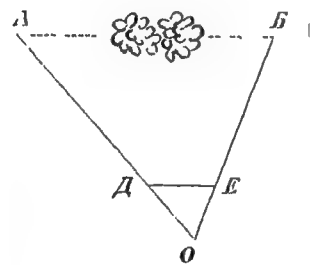


Рис. 176.

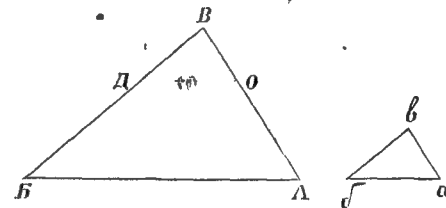


Рис. 177.

14. Прямоугольники $abvz$ и $ABV\Gamma$ подобны (рис. 178). Длина первого $av = 8$ см., ширина $ab = 6$ см. Длина второго $A\Gamma = 12$ см. Какъ велика ширина AB второго прямоугольника?

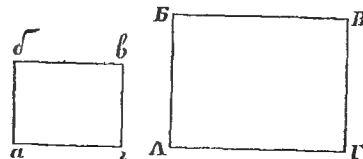


Рис. 178

15. Уголь A одного ромба равен углу a другого ромба (рис. 179). Будут ли такие ромбы подобны между собою? Почему?

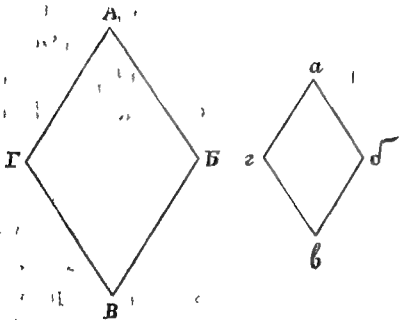


Рис. 179.

16. Почему подобны между собою все правильные треугольники, четырехугольники, пятиугольники, вообще правильные многоугольники с одинаковым числом сторон?

б) Построения.

1. Начертите, какой-нибудь треугольник и постройте подобный ему треугольник, меньших размеров, так чтобы отношение сторон было $\frac{3}{5}$. Решите эту задачу тремя способами: постройте искомый треугольник:

- а) по сторонам и прилежащим углам;
- б) по двум сторонам и углу между ними;
- в) по трем сторонам.

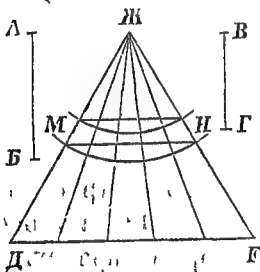


Рис. 180.

Воспользуйтесь построением, указанным в вопросе № 10 этого §.

2. Разделите линию AB на 5 равных частей следующим образом (рис. 180). Проведите прямую и отложите на ней 5 произвольных, но равных между собою, частей, на полученной линии DE постройте равносторонний треугольник $ДЖЕ$. Отложите линию AB на боковых

сторонах этого треугольника, от его вершины $Ж$. Точки M и H соедините. Разделите еще линию $BГ$ на 5 равных частей.

3. Начертите какой-нибудь многоугольник и постройте ему подобный, больших размеров, так чтобы отношение сторон было $\frac{5}{4}$: проведите диагонали из какой-нибудь вер-

шины и постройте, в том же порядке, треугольники, подобные тем, на которые разделился многоугольник (рис. 181).

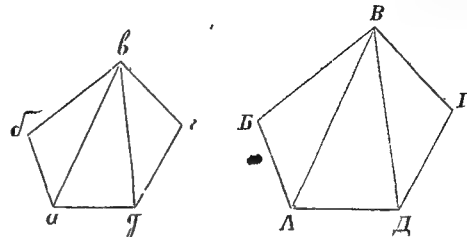


Рис. 181.

4. Начертите какой-нибудь многоугольник и постройте ему подобный, меньших размеров, так чтобы отношение сторон было $\frac{3}{4}$: возьмите внутри многоугольника точку O (рис. 182) и соедините ее со всеми вершинами прямыми линиями; на каждой из этих линий, от точки O , отложите $\frac{3}{4}$ ее длины; концы отложенных частей соедините.

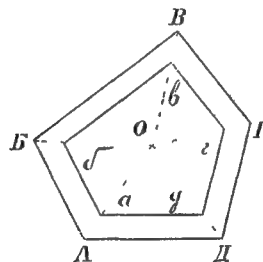


Рис. 182.

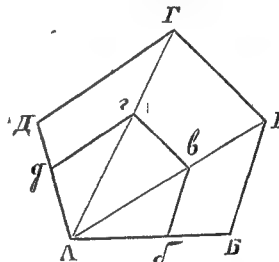


Рис. 183.

5. Начертите какой-нибудь многоугольник и постройте ему подобный, меньших размеров, так чтобы отношение сторон было $\frac{3}{5}$: проведите диагонали из вершины A (рис. 183); отложите $Aб = \frac{3}{5} AB$; проведите $бв$ параллельно $BВ$, $вг$ параллельно $BГ$ и $гд$ параллельно $ГД$.

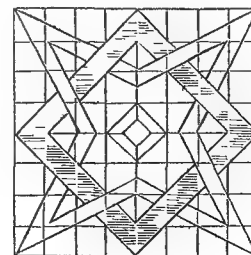


Рис. 184.

6. При помощи семи квадратиков увеличьте в 2 раза фигуру, изображенную на рис. 184.

в) Выводы.

1. Подобными многоугольниками называются такие многоугольники, у которых углы попарно равны, а сходственные стороны находятся в одном и том же отношении.

2. Признаки подобия треугольников: два треугольника подобны, если:

а) имеют попарно равные углы;

б) имеют по равному углу, а стороны, образующия эти углы, находятся в одном и том же отношении;

в) все стороны находятся в одном и том же отношении.

ГЛАВА V. СЪЕМКА ПЛАНОВЪ.

§ 27. Планъ и масштабъ.

а) Вопросы.

1. Расстояніе отъ деревни до села изображено на бумагѣ прямой линіей, длина которой 3 дюйма. Каждый дюймъ изображаетъ 5 верстъ. Какъ велико расстояніе отъ деревни до села?



Рис. 185. Масштабъ.

Дюймъ принимается за нѣсколько аршинъ, или нѣсколько сажень, или нѣсколько верстъ.

2. Расстояніе между двумя городами 40. верстъ. Какъ велика линія, изображающая это расстояніе на бумагѣ, если взять масштабъ 10 верстъ въ дюймѣ?

3. Садъ имѣетъ видъ прямоугольника. Начерченъ планъ этого сада въ масштабѣ 10 сажень въ дюймѣ. На планѣ длина прямоугольника равна 4½ дм., ширина 3 дм. Какъ велика настоящая длина и ширина сада?

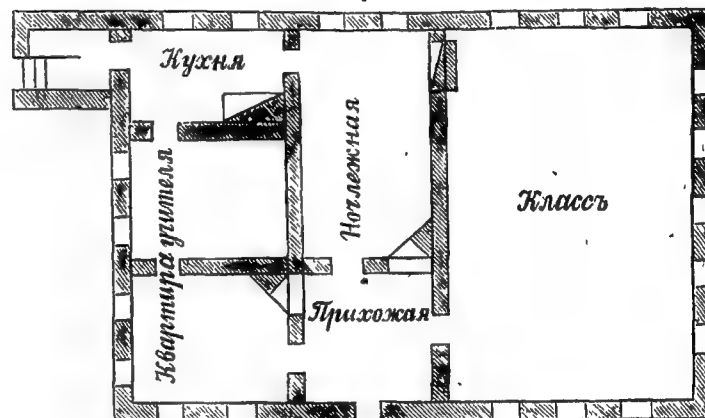
4. Прямоугольное поле имѣетъ въ длину 250 саж., въ ширину 200 саж. На планѣ длина прямоугольника равна 5 дм. Какой взять масштабъ: сколько сажень въ дюймѣ? Какъ велика на планѣ ширина прямоугольника?

5. Начерченъ планъ комнаты. Масштабъ 5 аршинъ въ дюймѣ. Во сколько разъ уменьшена каждая линія при изображеніи на бумагѣ? (1 ар. = 28 дм.).

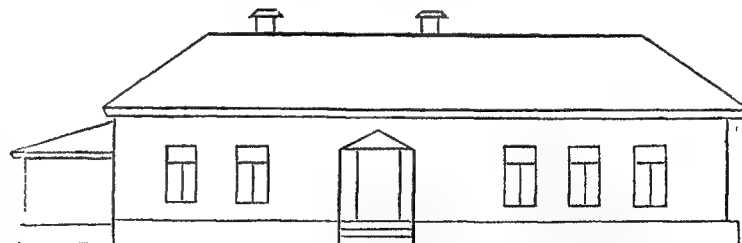
6. Каждая линія плана составляетъ $\frac{1}{1680}$ часть своей настоящей величины. Какой взять масштабъ: сколько сажень въ дюймѣ?

Школьное зданіе.

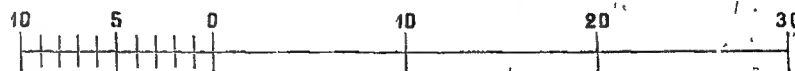
Сѣверъ



Планъ.



Фасадъ.



Масштабъ: 10 аршинъ въ дюймѣ.

Рис. 186.

14. Какой прибор служит для измерения и черчения углов на бумаге? (рис. 34 в § 8 и рисунок в прибавлении).

15. Какой прибор употребляют для проведения на земле перпендикулярных (и параллельных) линий? (рис. 193).



Рис. 193.

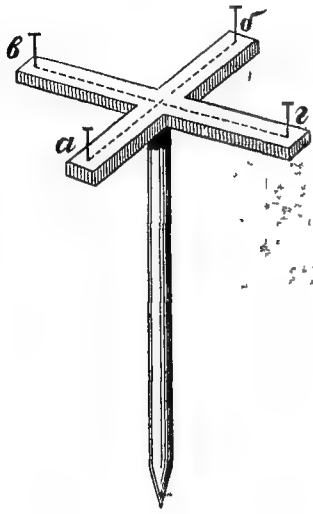


Рис. 194.

16. Как устроить экер простейшего вида? (рис. 194).

17. Как восстановить и опустить перпендикуляр при помощи экера? Как проводятся при помощи экера параллельные линии?

18. Как надо видоизменить астролябию, для того чтобы измерять углы в вертикальной плоскости? (рис. 195: - высотометр).

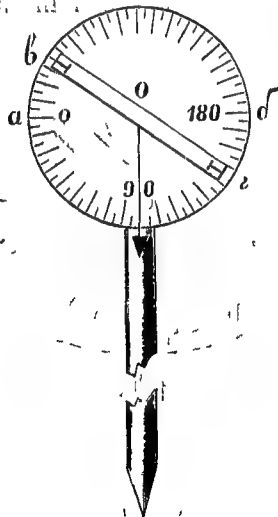


Рис. 195.

19. Как измерить угол, образуемый горизонтальной линией OM и лучем зренья, направленным на вершину

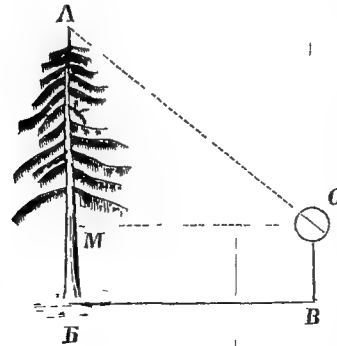


Рис. 196.

предмета? (рис. 196). Для чего служит отвѣсъ, прикреплѣнный въ центрѣ высотомѣра?

б) Построения.

1. Для съемки плана земельного участка $ABVГД$ измерены углы, образуемые его границами, и длины границ. Эти измерения показаны на рис. 197. Граница AB направлена от точки A къ северо-востоку и составляет с полуденной линией уголъ въ 40° . Начертите планъ этого участка, взявши масштабъ 50 сажень въ дюймѣ. Нанесите на планъ внутреннюю точку M , зная, что $MG = 50$ саж. и уголъ $MGД = 58^\circ$.

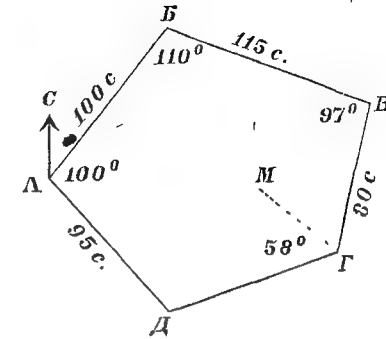


Рис. 197.

2. Поле имѣетъ видъ многоугольника $ABVГД$ (рис. 198). Для съемки плана многоугольникъ этотъ разбить на треугольники диагоналями, выходящими изъ вершины A . Измерены всѣ стороны каждаго треугольника: эти измерения показаны на рисункѣ. Диагональ AB направлена съ востока на западъ. Начертите планъ этого поля, взявши масштабъ 40 саж. въ дюймѣ.

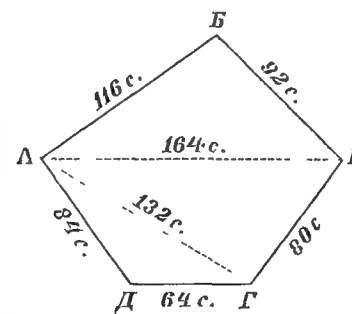


Рис. 198.

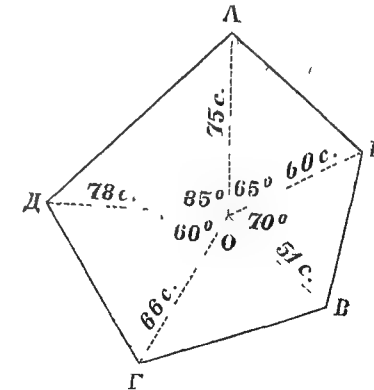


Рис. 199.

3. Лугъ имѣетъ видъ многоугольника $ABVГД$ (рис. 199). Для съемки плана многоугольникъ этотъ разбить на треугольники прямыми линиями, проведенными изъ внутренней

точки O ко всемъ вершинамъ. Измѣрены: длина каждой изъ этихъ линій и углы между ними; эти измѣренія показаны на рисункѣ. Линія OA направлена, съ юга на сѣверъ. Начертите планъ, этого дуга, взявши масштабъ 30 сажень въ дюймѣ.

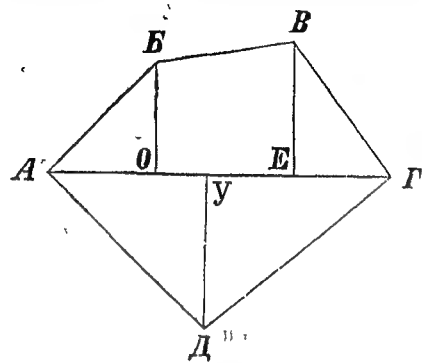


Рис. 200.

длины всехъ перпендикуляровъ и разстоянія ихъ отъ вершины A ; $BO = 30$ саж., $BE = 36$ саж., $DU = 40$ саж.; $AO = 28$ саж., $AU = 42$ саж., $AE = 64$ саж., $AG = 90$ саж. Диагональ AG направлена, съ запада на востокъ. Начертите планъ, этого огорода, въ масштабѣ 20 саж. въ дюймѣ.

Чтобы опредѣлить разстояніе отъ точки A до точки B , лежащей на другомъ берегу рѣки, (рис. 201), провели линію AB длиною въ 20 саж. и измѣрили углы, составленные этой линіей съ направленіями, взятыми изъ A и B на точку B . Уголь $BAB = 80^\circ$; уголь $BBA = 60^\circ$. Начертите треугольникъ ABB въ масштабѣ 10 сажень въ дюймѣ и узнайте разстояніе AB .



Рис. 201.

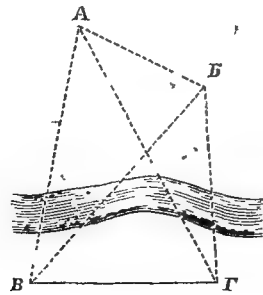


Рис. 202.

Чтобы опредѣлить разстояніе между точками A и B , которыя лежатъ на другомъ берегу рѣки (рис. 202),

провели линію BG длиною въ 30 саж. и измѣрили углы, составленные этой линіей съ направленіями, взятыми изъ точекъ B и G на точки A и B . Уголь $ABG = 80^\circ$, уголь $BBA = 50^\circ$, уголь $AGB = 70^\circ$, уголь $BGB = 85^\circ$. Сдѣлайте чертежъ въ масштабѣ 10 сажень въ дюймѣ и узнайте разстояніе AB .

Чтобы измѣрить высоту дерева AB (рис. 196, стр. 77), установили высотомѣръ въ точкѣ B , находящейся отъ B на разстояніи 15 ар. Измѣрили уголь AOM : онъ содержитъ 40° . Высота прибора $BO = 2$ ар. Начертите треугольникъ AOM въ масштабѣ 5 аршинъ въ дюймѣ. Узнайте высоту дерева.

Чтобы измѣрить высоту AB башни, къ которой нельзя подойти (рис. 203), провели изъ точки B линію въ направленіи на точку A и отложили на ней $BG = 18$ ар. Установивъ высотомѣръ въ точкахъ B и G , опредѣлили углы: $AED = 35^\circ$ и $ADE = 130^\circ$. Высота инструмента равна 2 ар. Сдѣлайте чертежъ въ масштабѣ 10 аршинъ въ дюймѣ и узнайте высоту башни.

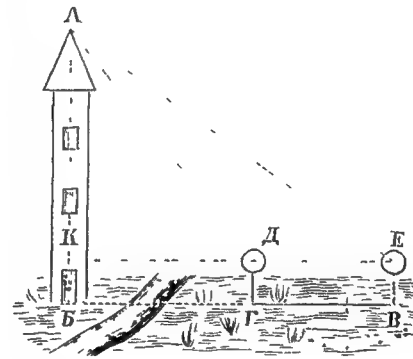


Рис. 203.

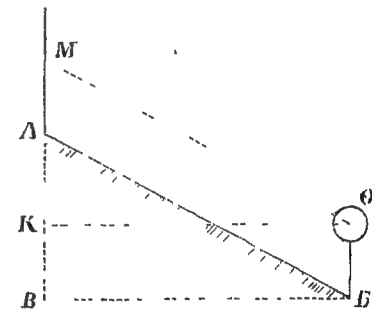


Рис. 204.

Линія AB проходитъ по наклонной поверхности земли (рис. 204). Надо опредѣлить горизонтальное разстояніе между точками A и B , т.-е. длину линіи BB , и высоту точки A надъ точкой B , т.-е. линію AB . Для этого въ точкѣ B установили высотомѣръ, а въ точкѣ A поставили рейку, на которой мѣткой M обозначена высота инструмента, такъ что $AM = BO$. Направивъ подвижную линейку на мѣтку M , нашли, что уголь $MOB = 28^\circ$. Наклонная линія AB имѣетъ

длину 40 саж. Начертите треугольник ABB въ масштабѣ 10 сажень въ дюймѣ и узнайте: горизонтальное разстояніе между точками A и B и высоту точки A надъ точкой B .

в) Выводы.

1. Планъ предмета есть изображеніе того мѣста, которое занимаетъ предметъ на горизонтальной поверхности.

2. Масштабъ есть небольшая мѣрка, обыкновенно дюймъ, которая, по уговору, изображаетъ нѣсколько аршинъ, или нѣсколько сажень, или нѣсколько верстъ.

К. П. Аржениковъ.

**СБОРНИКЪ
УПРАЖНЕНІЙ по ГЕОМЕТРИИ.**

ПОСОБІЕ
ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХЪ УЧИЛИЩЪ.

Выпускъ II.

Изданіе 2-ое, измѣненное.

Цѣна 35 коп.

ИЗДАНІЕ
КНИЖНАГО МАГАЗИНА
М. Д. НАУМОВА,
въ МОСКВѣ,
Больш. Лубянка, д. Страхового О-ва „Россія“

МОСКВА—1910.
Типографія Русскаго Товарищества. Мыльниковъ пер., собственный домъ.
Телефонъ 18-35.

ГЛАВА I. ПЛОЩАДИ ФИГУРЪ.

§ 1. Квадратъ.

а) Вопросы.

1. По сколькимъ направлѣнiямъ надо измѣрить поверхность, чтобы узнать ея величину? Сколько измѣренiй имѣетъ поверхность?
2. Какъ назовете вы два измѣренiя пола комнаты? стѣны? двери?
3. Какъ называется величина плоской поверхности, которую занимаетъ фигура?
4. Какими мѣрами измѣряются площади фигуръ?

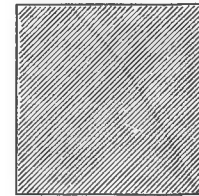


Рис. 1.

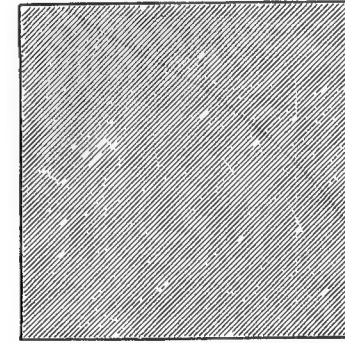


Рис. 2.

5. На рис. 1 изображенъ (въ настоящую величину) квадратъ, сторона котораго равна 1 дюйму; а на рис. 2 — квадратъ, сторона котораго равна 1 вершкѣ. Какъ называются такіе квадраты?

6. Что такое квадратный футъ? квадратный аршинъ? квадратная сажень? квадратная верста?

7. Квадратъ, изображенный на рис. 3, представляетъ, въ уменьшенномъ видѣ, квадратную сажень. Сколькимъ футамъ равна сторона этого квадрата? Сколько квадратныхъ футовъ содержитъ квадратная сажень? Какъ это вычислить?

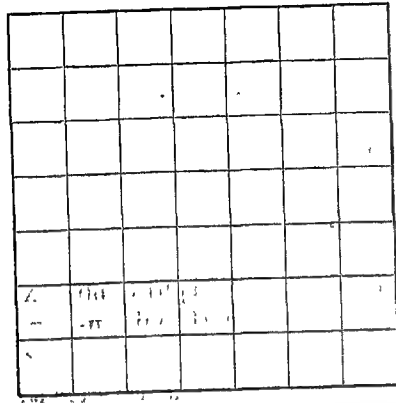


Рис. 3.

8. Назовите, по порядку, русскія квадратныя мѣры, начиная съ самой крупной, и скажите, сколько мѣръ слѣдующаго низшаго наименованія содержит каждая квадратная мѣра?

9. Какъ называется земельная мѣра величиною въ 2400 квадратныхъ сажень?

10. На рис. 4 изображенъ (въ настоящую величину) квадратный дециметр. Сколько квадратныхъ сантиметровъ содержит квадратный дециметр?

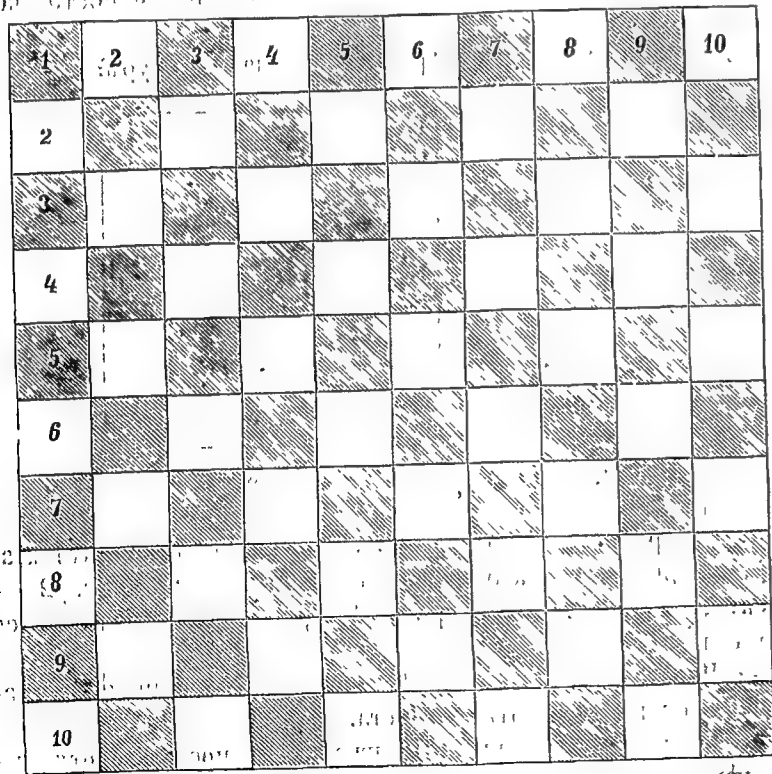


Рис. 4. Кв. дециметръ, раздѣленный на кв. сантиметры.

11. На рис. 5 изображенъ (въ настоящую величину)

квадратный сантиметръ. Сколько квадратныхъ миллиметровъ содержитъ квадратный сантиметръ?

12. Сколько кв. дециметровъ содержитъ кв. метръ? Сколько кв. метровъ содержитъ кв. декаметръ? Сколько кв. декаметровъ содержитъ кв. гектометръ? Сколько кв. гектометровъ содержитъ кв. километръ?



Рис. 5.

13. Какъ называется земельная мѣра, равная 1 кв. декаметру? Сколько кв. метровъ содержитъ аръ?

14. Какъ называется земельная мѣра въ 100 аръ? Сравните гектаръ и кв. гектометръ.

15. Сторона квадрата равна 4 см. (рис. 6). Сколько кв. сантиметровъ содержитъ площадь этого квадрата?

16. Какъ вычислить площадь квадрата? Когда число, напр. 8, умножается само на себя, то произведение $8 \cdot 8$ пишутъ такъ 8^2 , и читаютъ: 8 въ квадратъ. Сторона квадрата равна 12 вершкамъ. Обозначьте дѣйствіе, которое надо сдѣлать для вычисленія площади этого квадрата. Вычислите.

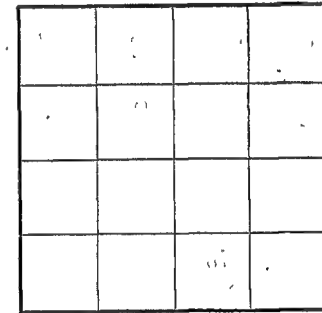


Рис. 6.

17. Рама имѣетъ шесть квадратныхъ стеколъ одинаковой величины; сторона каждого стекла равна 8 вершкамъ. Сколько кв. вершковъ содержитъ поверхность всѣхъ стеколъ? сколько кв. аршинъ?

18. Какъ великъ периметръ, и какъ велика площадь квадрата, у котораго сторона равна: а) 2 фт. 3 дм.; б) 3 м. 50 см.; в) 2 ар. 6 вр.; г) 5 см. 8 мм.?

19. Площадь квадрата содержитъ 11 кв. саж. 1 кв. ар. Какъ велика площадь другого квадрата, сторона котораго вдвое длиннѣе? Какъ велика площадь квадрата, сторона котораго втрое длиннѣе стороны перваго?

20. Во что обойдется устройство паркетнаго пола въ комнатѣ, которая и въ длину и въ ширину имѣетъ по 12 ар., если 1 кв. сажень паркета стоитъ 15 р.?

21. Садъ, имѣющій видъ квадрата, обнесень со всѣхъ

сторонъ изгороди; длина всей изгороди 320 м. Сколько аровъ занимаетъ садъ?

22. Поле имѣетъ видъ квадрата, периметръ котораго равенъ 800 м. Сколько гектаровъ содержитъ поверхность этого поля? сколько десятинъ и кв. сажень? (1 гектаръ составляетъ, приблизительно, $\frac{9}{10}$ десятины).

б) Построенія.

1. Начертите квадратъ, сторона котораго равна 8 см. и раздѣлите его на кв. сантиметры.

2. Начертите квадратъ какой-нибудь величины. Потомъ постройте квадратъ, сторона котораго вдвое длиннѣе. Сравните площади.

3. Постройте еще квадратъ, сторона котораго втрое длиннѣе стороны перваго. Сравните площади.

4. Начертите аръ въ масштабѣ 1 : 100 (т.-е. уменьшите сторону въ 100 разъ).

в) Выводы.

1. Поверхности измѣряются поверхностями.

2. Мѣрами поверхностей служатъ квадраты, стороны которыхъ равны какой-либо мѣрѣ длины.

3. Чтобы вычислить площадь квадрата, надо умножить само на себя число, показывающее длину его стороны.

$$s = b^2.$$

s—площадь, b—сторона.

Метрическія мѣры поверхностей.

Квадратный метръ—кв. м.

Кв. километръ—кв. км.

Гектаръ —га.

(кв. гектометръ).

Аръ —а.

(кв. декаметръ).

Кв. дециметръ—кв. дцм.

Кв. сантиметръ—кв. см.

Кв. миллиметръ—кв. мм.

1 кв. м=100 кв. дцм.

1 кв. дцм.=100 кв. см.

1 кв. см.=100 кв. мм.

1 кв. км.=100 га.

1 га.=100 а.

1 а.=100 кв. м.

1 гектаръ равенъ, приблизительно, $\frac{9}{10}$ десятины.

§ 2. Прямоугольникъ.

а) Вопросы.

1. Какъ называется четырехугольникъ съ прямыми углами?

2. Что знаете вы о величинѣ и о направленіи противоположныхъ сторонъ прямоугольника?

3. Что называется длиной и шириною прямоугольника? Какъ иначе называются длина и ширина?

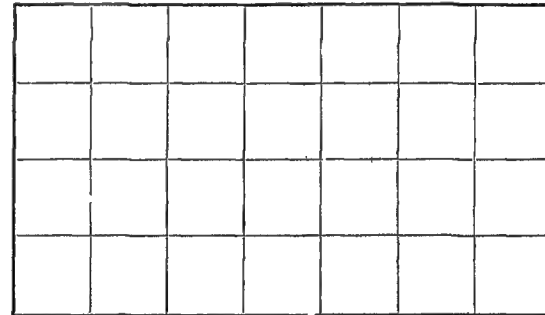


Рис. 7.

4. Длина (основаніе) прямоугольника равна 7 см., ширина (высота) его равна 4 см. (рис. 7). Сколько квадратныхъ сантиметровъ содержитъ площадь этого прямоугольника?

5. Какъ вычислить площадь прямоугольника?

6. Какъ велика поверхность прямоугольной грядки, длиной въ 6 ар. и шириною въ $1\frac{1}{2}$ ар.?

7. Какъ узнаете вы поверхность классной доски? пола комнаты? Узнайте.

8. Какъ велика площадь прямоугольника, длина котораго 1 ар. 8 вр., а ширина 12 вр.? Какъ великъ периметръ этого прямоугольника?

9. Какъ велика ширина прямоугольника, у котораго длина 4 фт., а площадь 14 кв. фт.?

10. Роща занимаетъ прямоугольный участокъ земли, длина котораго 120 саж., а ширина 80 саж. Сколько десятинъ находится подъ рощей?

11. Какую длину и какую ширину могутъ имѣть прямоугольники, поверхность которыхъ равна 1 десятина?

12. Площадь прямоугольника содержитъ 64 кв. м. Какую длину и какую ширину можетъ имѣть такой прямоугольникъ? Какъ велика сторона квадрата, имѣющаго такую же площадь?

13. Прямоугольный участокъ лѣсу, длиною въ 150 саж. и шириною въ 80 саж., проданъ за 2500 руб. Почему это приходится за десятину?

14. Сколько сѣна собрано съ прямоугольнаго луга, длиною въ 160 саж. и шириною въ 120 саж., если съ десятины получено, среднимъ числомъ, по 180 пуд. сѣна?

15. Мостъ имѣетъ въ длину 50 саж., въ ширину 4 саж. Квадратный аршинъ его выдерживаетъ 15 пудовъ. Какой грузъ можетъ выдержать весь мостъ?

16. Прямоугольный лугъ, длиною въ 500 м. и шириною въ 200 м., хотятъ скосить отъ 4 до 10 часовъ утра. Сколько надо для этого косцовъ, если каждый скашиваетъ въ часъ по $4\frac{1}{6}$ ара? А сколько потребовалось бы косцовъ, если бы каждый скашивалъ въ часъ по 100 кв. сажень? (1 гектаръ = $\frac{9}{10}$ десятины).

17. Комната имѣетъ въ длину 18 ар., въ ширину 14 ар. На сколько кв. аршинъ былъ бы больше полъ этой комнаты, если бы она имѣла тотъ же периметръ, но былъ бы квадратнымъ?

18. Огородъ, имѣющій видъ прямоугольника, ширина котораго 40 саж., а поверхность 1 дес. 600 кв. саж., раздѣленъ на 5 равныхъ полосъ линиями, параллельными ширинѣ. Какъ велика ширина (т.-е. меньшая сторона) каждой полосы?

б) Построенія.

1. Начертите прямоугольникъ длиною въ 4 дм. и шириною въ 3 дм. Раздѣлите его на квадратные дюймы.

2. Начертите прямоугольникъ длиною въ 8 см. и шириною въ 5 см. Раздѣлите его на квадратные сантиметры.

3. Постройте три прямоугольника, которые имѣли бы различные периметры, но одинаковую площадь: въ 24 кв. см.

4. Постройте три прямоугольника, которые имѣли бы различныя площади, но одинаковый периметръ: въ 18 см.

5. Постройте квадратъ и прямоугольникъ, площади которыхъ были бы одинаковы, именно въ 36 кв. см. Какой изъ этихъ четырехугольниковъ имѣетъ бѣльшій периметръ?

6. Постройте квадратъ и прямоугольникъ, периметры которыхъ были бы одинаковы, именно въ 20 см. Какой изъ этихъ четырехугольниковъ имѣетъ бѣльшую площадь?

7. Постройте прямоугольникъ, длина котораго была бы 12 см., а площадь 60 кв. см.

8. На школьномъ дворѣ отмѣьте колыями какой-нибудь прямоугольникъ. Измѣрьте его длину и ширину шагами, и вычислите, приблизительно, поверхность его.

9. Отмѣьте колыями прямоугольникъ величиною: а) въ $\frac{1}{10}$ десятины; б) въ 1 аръ.

в) Выводъ.

Чтобы вычислить площадь прямоугольника, надо перемножить числа, показывающія его длину и ширину. (Площадь прямоугольника равна произведению основанія на высоту).

$$s = b \cdot h.$$

s — площадь, b — основаніе, h — высота.

§ 3. Параллелограммъ и ромбъ.

а) Вопросы.

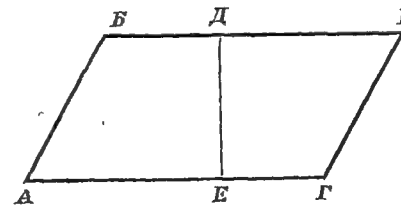


Рис. 8.

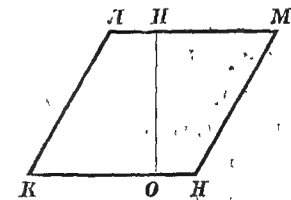


Рис. 9.

1. Какъ называется четырехугольникъ, въ которомъ противоположныя стороны параллельны? (рис. 8).

2. Что знаете вы о величинѣ противоположныхъ сторонъ параллелограмма?

3. Что знаете вы о величинѣ противолежащихъ угловъ параллелограмма?

4. Сколько градусовъ составляютъ вмѣстѣ углы параллелограмма, прилежащія къ одной и той же сторонѣ?

5. Какъ называется параллелограммъ, у котораго всѣ четыре стороны равны между собою? (рис. 9).

6. Что называется длиною, или основаніемъ, параллелограмма? Что называется шириною, или высотой, параллелограмма? Укажите основаніе и высоту параллелограмма, изображеннаго на рис. 8. Укажите основаніе и высоту ромба, изображеннаго на рис. 9.

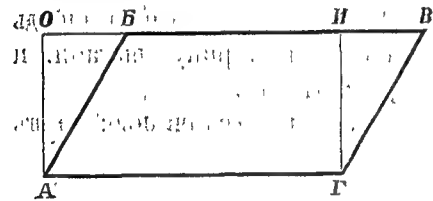


Рис. 10

7. Въ параллелограммѣ $ABVG$ (рис. 10) проведена высота IG . Если разрѣзать параллелограммъ по линіи IG и полученные куски приложить другъ къ другу такъ, какъ показано на рис. 10, то какая образуется фигура?

8. Сравните основаніе и высоту параллелограмма $ABVG$ (рис. 10) съ основаніемъ и высотой прямоугольника $AOIG$. Сравните площади этихъ фигуръ.

9. Какъ вычислить площадь параллелограмма или ромба?

10. Какъ велики площади параллелограммовъ, у которыхъ:

основаніе	высота	основаніе	высота
а) 12 верш.	8 верш.	в) 2 фт. 4 дм.	1 фт. 3 дм.
б) 4 м.	3 м.	г) 5 м. 20 см.	2 м. 50 см.?

11. Продается участокъ земли, имѣющій видъ параллелограмма, у котораго длина (основаніе) равна 75 саж., а ширина (высота) равна 45 саж. Одинъ покупатель предлагаетъ за весь участокъ 10000 руб., другой даетъ по 3 руб. за квадратную сажень. Какое предложеніе выгоднѣе для продавца?

12. Нѣкто купилъ за 4500 руб. участокъ земли, въ формѣ параллелограмма, длиною въ 98 м. и шириною въ

65 м. Спустя 3 года онъ продалъ эту землю по 85 к. за кв. метръ. На сколько больше прибыли получилъ онъ сравнительно съ тѣмъ доходомъ, какой онъ имѣлъ бы со своихъ денегъ, т.-е. съ 4500 р., отдавши ихъ въ банкъ по 4%?

13. Крестьянинъ засадилъ картофелемъ полосу, имѣющую видъ параллелограмма, длиною въ 50 саж. и шириною въ 24 саж. На какой сборъ можетъ онъ рассчитывать, если десятина даетъ 850 мѣръ картофелю?

14. Какую длину (основаніе) имѣетъ параллелограммъ, у котораго ширина (высота) равна 24 саж., а площадь $\frac{3}{4}$ десятины?

15. Какую ширину (высоту) имѣетъ параллелограммъ, у котораго длина (основаніе) равна 75 м., а площадь 48 а?

б) Построенія.

1. Начертите прямую AB какой-нибудь длины и постройте на ней нѣсколько параллелограммовъ съ одинаковою высотой (рис. 11). Сравните площади этихъ параллелограммовъ. Сравните периметры ихъ.

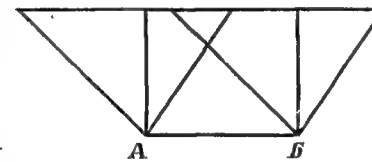


Рис. 11.

2. На прямой линіи, длиною въ 8 см., постройте три параллелограмма, которые имѣли бы одинаковыя площади,

величиною въ 24 кв. см., и разные периметры: одинъ — въ 26 см., другой — въ 23 см. и третій — въ 22 см.

3. Начертите параллелограммъ, основаніе котораго 3 см., высота 2 см. Потомъ постройте такой параллелограммъ, площадь котораго была бы вчетверо больше, при чемъ: а) измѣните основаніе, оставляя прежнюю высоту; б) измѣните высоту, оставляя прежнее основаніе; в) измѣните и основаніе и высоту.

4. Постройте параллелограммъ съ угломъ въ 45° и превратите его въ равновеликій (имѣющій такую же площадь) параллелограммъ съ угломъ въ 60° .

5. Поле, занимающее $\frac{1}{2}$ десятины, имѣетъ видъ параллелограмма, длина котораго 40 саж., а одинъ изъ угловъ 60° . Начертите планъ этого поля въ масштабѣ 10 сажень въ дюймѣ.

6. Начертите параллелограммъ, основаніе котораго 98 м., а площадь 62 а. 72 кв. м. Масштаб 1:1000.

в) Выводы.

1. Параллелограммы съ одинаковыми основаніями и съ одинаковыми высотами равновелики (имѣютъ одинаковыя площади).

2. Чтобы вычислить площадь параллелограмма, надо перенести числа, показывающія его основаніе и высоту. (Площадь параллелограмма равна произведенію основанія на высоту).

$$s = b \cdot h.$$

s — площадь, b — основаніе, h — высота.

§ 4. Треугольникъ.

а) Вопросы.

1. Какъ называется плоская поверхность, ограниченная со всѣхъ сторонъ тремя прямыми линиями?

2. Что называется основаніемъ треугольника? Что называется высотой треугольника?

3. Какъ называются треугольники, которые при наложеніи другъ на друга могутъ совпадать?

4. На какіе треугольники дѣлится параллелограммъ диагональю?

5. Треугольникъ ABV (рис. 12) дополненъ до параллелограмма линиями $BГ$ и $ВГ$, параллельными сторонамъ AB и AV . Сравните основаніе и высоту параллелограмма съ основаніемъ и высотой треугольника. Какъ вычислить площадь параллелограмма $ABГV$? Какъ послѣ этого узнать площадь

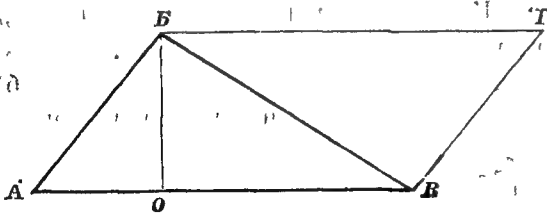


Рис. 12.

лограмма линиями $BГ$ и $ВГ$, параллельными сторонамъ AB и AV . Сравните основаніе и высоту параллелограмма съ основаніемъ и высотой треугольника. Какъ вычислить площадь параллелограмма $ABГV$? Какъ послѣ этого узнать площадь

треугольника ABV ? Какъ вычислить площадь треугольника, зная его основаніе и высоту?

6. Какъ велики площади треугольниковъ, у которыхъ

	основаніе	высота	основаніе	высота
а)	120 саж.	80 саж.	500 м.	200 м.
б)	4 ар. 8 вр.	4 ар.	7 м. 50 см.	2 м. 40 см.

7. Участокъ земли имѣетъ видъ треугольника, длина (основаніе) котораго 225 м., а ширина (высота) 136 м. Сколько стоитъ этотъ участокъ, если считать по 200 руб. за гектаръ?

8. Въ треугольникѣ ABV (рис. 13) основаніе $AB = 2$ фт., высота $BO = 1$ фт. 8 дм. Основаніе раздѣлено на три равныя части, и точки дѣленія соединены съ вершиной B . Какъ велика площадь каждаго изъ треугольниковъ, на которые раздѣлился треугольникъ ABV ?

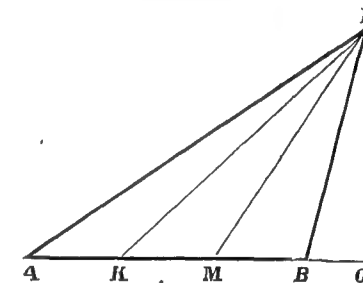


Рис. 13.

9. Два хозяина купили вмѣстѣ треугольный участокъ земли, основаніе котораго равно 240 саж. Эту землю надо поделить между ними такъ, чтобы одному досталось земли вдвое больше, чѣмъ другому. Дѣленіе должно сдѣлать прямой линіей, проходящей черезъ вершину треугольника. Какую точку основанія надо соединить съ вершиной, т.-е. на какомъ разстояніи находится эта точка отъ концовъ основанія?

10. Площадь треугольника содержитъ 5 кв. саж. 15 кв. фт., высота его равна 2 саж. 6 фт. Какъ велико основаніе?

11. Площадь треугольника содержитъ 1 га. 20 а.; основаніе равно 240 м. Какъ велика высота?

12. Отъ треугольнаго участка земли ABV (рис. 14), высота котораго $BO = 140$ саж., требуется отрѣзать треугольникъ ABM , величиною въ $1\frac{3}{4}$ десятины. На какомъ разстояніи отъ вершины A надо взять точку M ?

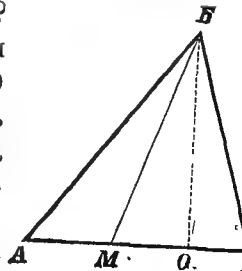


Рис. 14.

13. Какъ велика площадь равнобедреннаго треугольника, у котораго основаніе имѣетъ длину въ 6 саж. 2 ар., а линія, соединяющая вершину съ серединою основанія, равна 1 саж. 1 арш.?

14. Если въ прямоугольномъ треугольникѣ принять за основаніе одинъ изъ катетовъ AB (рис. 15), то какая сторона будетъ служить высотой? Какъ велика площадь прямоугольнаго треугольника, у котораго одинъ катетъ равенъ 8 м. 50 см., другой катетъ 3 м. 40 см.?

15. Какіе углы образуютъ между собою діагонали ромба? Какъ дѣлятъ другъ друга діагонали ромба? Одна діагональ ромба $AB = 3$ фт. (рис. 16), другая діагональ $BГ = 4$ фт. 6 дм. Какъ велика площадь этого ромба?

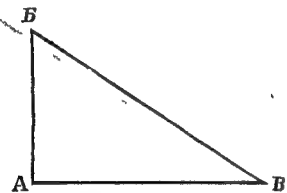


Рис. 15.

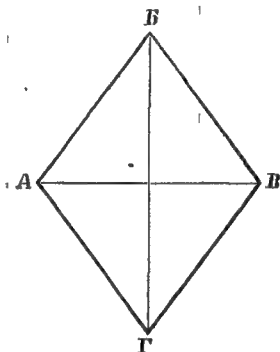


Рис. 16.

16. Какъ велика площадь равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника $ABВ$ (рис. 17), гипотенуза котораго равна 6 м.?

17. Въ треугольникѣ $ABВ$ (рис. 18) соединены середины всѣхъ сторонъ. Сравните другъ съ другомъ тѣ четыре

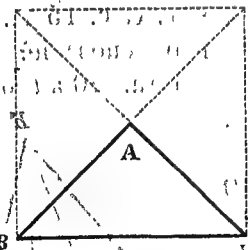


Рис. 17.

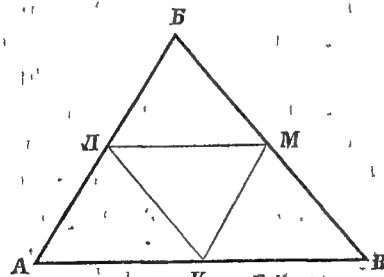


Рис. 18.

треугольника, на которые раздѣлился треугольникъ $ABВ$. Сравните треугольникъ $ABВ$ съ однимъ изъ этихъ треугольниковъ. Если стороны одного треугольника вдвое длиннѣе сторонъ другого (подобнаго ему) треугольника, то во сколько разъ площадь перваго больше площади втораго?

18. Рисунки 19 и 20 представляютъ собою планы земельных участковъ, начерченные въ масштабѣ 40 сажень въ дюймѣ. Какъ велики площади этихъ участковъ? Какъ велики были бы эти участки, если бы планами ихъ служили тѣ же рисунки, но масштабъ былъ бы 80 сажень въ дюймѣ? Во сколько разъ были бы тогда больше линейные размѣры участковъ (основанія и высоты)? Во сколько разъ больше были бы площади? Какъ велики были бы эти участки, если бы масштабъ былъ 200 сажень въ дюймѣ? 10 сажень въ дюймѣ?

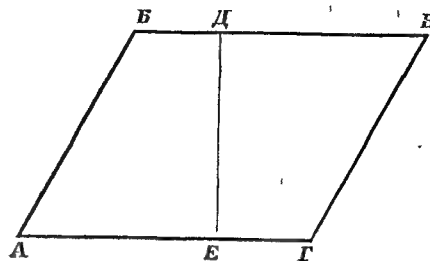


Рис. 19.

$$AG = 1\frac{1}{2} \text{ дм.}; DE = 1\frac{1}{10} \text{ дм.}$$

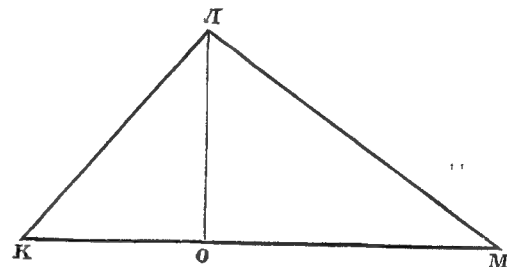


Рис. 20.

$$KM = 2\frac{1}{2} \text{ дм.}; LO = 1\frac{1}{10} \text{ дм.}$$

б) Построенія.

1. Начертите прямоугольникъ $ABВГ$ (рис. 21). На одной изъ сторонъ его возьмите точку D и соедините ее съ вершинами A и $Г$. Вырѣжьте прямоугольникъ. Отрѣжьте треугольники ABD и $ГДВ$. Можно ли эти треугольники положить на треугольникъ $ADГ$ такъ, чтобы они какъ разъ покрыли его? Наложите. Сравните площадь треугольника $ADГ$ съ площадью прямоугольника $ABВГ$. Сравните основанія и высоты этихъ фигуръ.

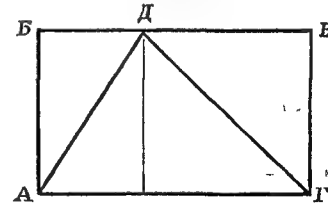


Рис. 21.

2. Начертите треугольникъ со сторонами въ 6 см., 7 см.

и 8 см. Проведите въ немъ всѣ три высоты и измѣрьте ихъ. Вычислите площадь этого треугольника, принимая за основание, поочередно, каждую сторону.

3. Раздѣлите треугольникъ на 5 равновеликихъ частей прямыми линиями, выходящими изъ одной вершины. (См. вопросъ № 8 этого §).

4. Начертите какой-нибудь треугольникъ ABV (рис. 22).

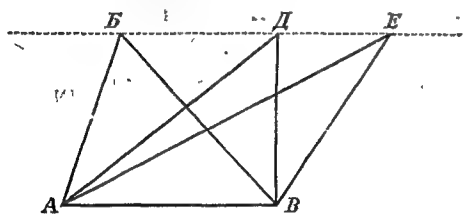


Рис. 22.

Черезъ вершину B проведите линію, параллельную основанію AV . Возьмите на этой линіи нѣсколько точекъ и соедините ихъ съ концами основанія. Что можно сказать о площадяхъ треугольниковъ, ко-

торые имѣютъ общее основаніе, и вершины которыхъ лежатъ на линіи, параллельной основанію?

5. Начертите какой-нибудь треугольникъ ABV (рис. 23).

На одной изъ сторонъ его возьмите точку O и проведите изъ этой точки прямую линію, которая раздѣлила бы треугольникъ на двѣ равновеликія части. (Соедините точку O съ вершиною V и черезъ середину M стороны AB проведите линію MK параллельно OV . Соедините точки O и K . Почему OK раздѣлитъ треугольникъ ABV на двѣ равновеликія части?)

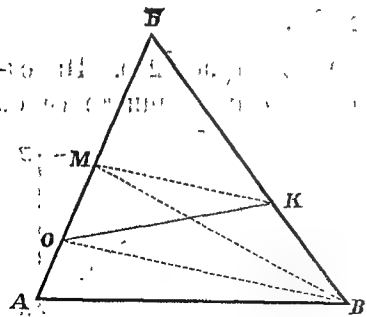


Рис. 23.

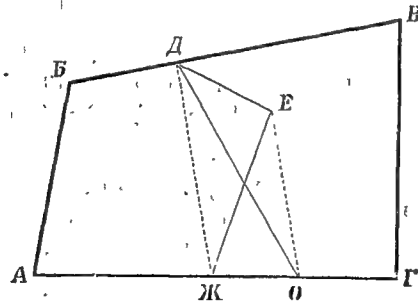


Рис. 24.

6. Начертите какую-нибудь фигуру $ABVG$ (рис. 24) и внутри ея проведите ломаную линію DEJ . Фигура $ABVG$ изображаетъ землю, принадлежащую двумъ владѣльцамъ; ло-

маная DEJ есть граница между ихъ владѣніями. Требуется выпрямить эту границу: замѣнить прямой линіей, выходящей изъ точки D . Сдѣлайте это. (Соедините D и J ; черезъ E проведите прямую EO параллельно DJ . Прямая DO будетъ искомаю граница. Объясните, почему при новой границѣ площадь того и другого владѣнія не измѣнилась?)

7. Начертите какой-нибудь треугольникъ ABV (рис. 25).

Принимая AV за основаніе, проведите высоту. Раздѣлите пополамъ сторону BV и черезъ ея середину K проведите линію, параллельную основанію. Черезъ конецъ основанія V проведите линію, параллельную сторонѣ AB . Сравните треугольники $ГBK$ и KDV . Сравните площадь треугольника ABV съ площадью параллелограмма $AGDV$. Сравните основанія и высоты этихъ фигуръ.

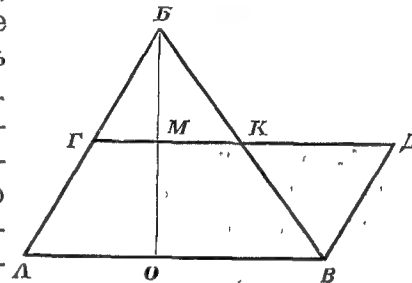


Рис. 25.

8. Начертите параллелограммъ, основаніе котораго 8 см., а высота 3 см. Превратите этотъ параллелограммъ въ равно-

великій ему треугольникъ, имѣющій то же основаніе.

9. Начертите тупоугольный треугольникъ съ основаніемъ въ 10 см. и высотой въ 6 см. (тупой уголъ прилежитъ къ основанію). Не измѣняя основанія, превратите этотъ треугольникъ въ слѣдующія равновеликія ему фигуры:

- прямоугольный треугольникъ;
- остроугольный треугольникъ;
- параллелограммъ;
- прямоугольникъ.

10. Начертите треугольникъ съ основаніемъ въ 6 см. и высотой въ 4 см. Затѣмъ постройте: а) треугольникъ, равный ему; б) треугольникъ, не равный ему, но равновеликій.

в) Выводы.

- Треугольники съ равными основаніями и съ равными высотами равновелики.
- Чтобы вычислить площадь треугольника, надо пере-

множит числа, показывающія его основаніе и высоту, и произведение раздѣлитъ пополамъ. (Площадь треугольника равна половинѣ произведенія оснований на высоту).

$$s = \frac{b \cdot h}{2}$$

s — площадь, b — основаніе, h — высота.

§ 5. Трапеція.

а) Вопросы.

1. Какъ называется четырехугольникъ, въ которомъ параллельны только двѣ стороны?

2. Что называется высотой трапеціи?

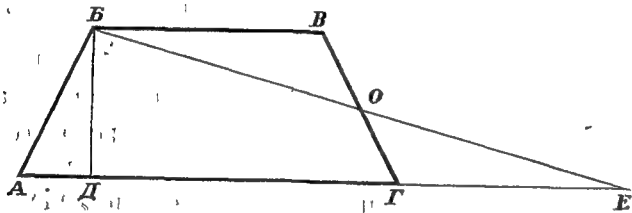


Рис. 26.

3. Трапеція $ABVG$ (рис. 26), высота которой $BD = 2$ см. а параллельныя стороны $AG = 5$ см. и $BV = 3$ см., превращена въ равновеликій треугольникъ ABE , имѣющій ту же высоту. Сдѣлано это такъ: продолжена сторона AG , и на продолженіи отлѣжена часть GE , равная другой параллельной сторонѣ BV ; точка E соединена съ вершиной B . Почему трапеція $ABVG$ и треугольникъ ABE равновелики? (Сравните треугольники BVO и $EГО$).

4. Сравните основаніе треугольника ABE (рис. 26) съ суммою параллельныхъ сторонъ трапеціи $ABVG$. Какъ велика площадь треугольника ABE ? Какъ велика площадь трапеціи $ABVG$?

5. Какъ вычислить площадь трапеціи?

6. Какъ велика площадь трапеціи, у которой высота равна 8 саж. 1 ар., а параллельныя стороны имѣютъ такую длину: одна—24 саж. 1 ар., другая—18 саж. 1 ар.?

7. Какъ велика площадь трапеціи, у которой высота 40 м., а параллельныя стороны 150 м. и 100 м.?

8. Подоконникъ имѣетъ видъ трапеціи; одна изъ параллельныхъ сторонъ имѣетъ въ длину 1 ар. 9 вр., другая 1 ар. 7 вр.; ширина подоконника 12 вр. Что будетъ стоить выкрасить 20 такихъ подоконниковъ, если платить за окраску по 30 к. съ квадратнаго аршина?

9. Чтобы устроить при школѣ площадку для игръ, купили участокъ земли въ видѣ трапеціи, параллельныя стороны которой равны 60 м. и 50 м., а высота 24 м. Сколько заплатили за эту землю, считая по 50 коп. за квадратный метръ?

10. Скатъ крыши имѣетъ видъ трапеціи, у которой параллельныя стороны равны 18 ар. и 6 ар.; высота трапеціи 8 ар. Сколько надо черепицъ, чтобы покрыть этотъ скатъ, если длина черепицы 1 фт. 4 дм., ширина 8 дм., и если черепицы должны покрывать другъ друга на $\frac{1}{4}$ своей поверхности?

11. Лугъ и лѣсъ занимаютъ прямоугольный участокъ $ABVG$ (рис. 27), длиною въ 2 вс. 80 саж. и шириною въ 1 вс. 120 саж. Граница между лугомъ и лѣсомъ, прямая линия DE , пересѣкаетъ длинныя стороны прямоугольника такъ: $AD = 1$ вс. 460 саж., $BE = 1$ вс. 220 саж. Сколько десятинъ находится подъ лугомъ $ABED$ и сколько подъ лѣсомъ $DEVG$?

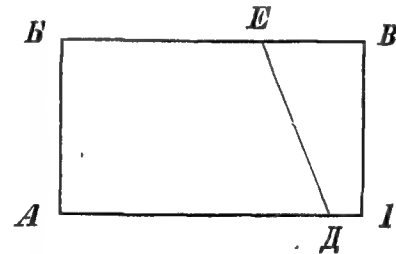


Рис. 27.

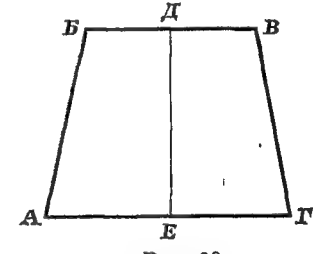


Рис. 28.

$$AG = 1\frac{3}{10} \text{ в.}; BV = \frac{9}{10} \text{ в.}; DE = 1 \text{ в.}$$

12. Рисунокъ 28 представляетъ планъ земельного участка, начерченный въ масштабѣ 50 сажень въ дюймѣ. Какъ велика площадь этого участка? Какъ великъ былъ бы участокъ, если бы плапомъ его служилъ тотъ же рисунокъ, но масштабъ былъ бы: а) 30 сажень въ дюймѣ; б) 8 сажень въ дюймѣ?

13. Отъ прямоугольнаго поля $ABVG$ (рис. 29), ширина котораго $AB = 80$ саж., надо отрѣзать участокъ въ видѣ трапеціи $ABDE$, величиною въ $1\frac{1}{2}$ десятины. Отрѣзать требуется прямой линіей ED , которая выходитъ изъ точки E , лежащей на сторонѣ AG и отстоящей на 30 саж. отъ вершины A . Какъ провести эту линію, т.-е. на какомъ разстояніи отъ вершины B должна быть точка D ?

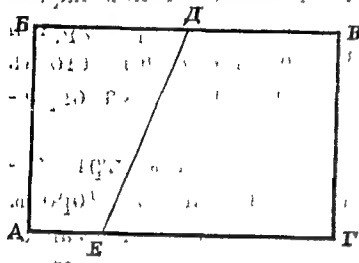


Рис. 29.

14. Какъ называется линія, соединяющая средины непараллельныхъ сторонъ трапеціи? Что знаете вы о направленіи и о величинѣ средней линіи трапеціи?

15. Параллельныя стороны трапеціи имѣютъ длину въ 1 ар. 12' вр. и 1 ар. 10' вр. Какую длину имѣетъ средняя линія этой трапеціи?

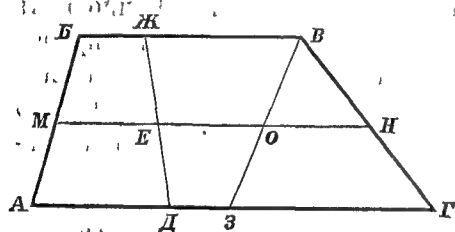


Рис. 30.

прямая JD и BZ , пересѣкающія параллельныя стороны трапеціи. Эти линіи дѣлятъ трапецію на три равновеликія части. Почему?

18. Огородъ, занимающій $1\frac{1}{4}$ десятины, имѣетъ видъ трапеціи; у которой параллельныя стороны отстоятъ другъ отъ друга на 50 саж.

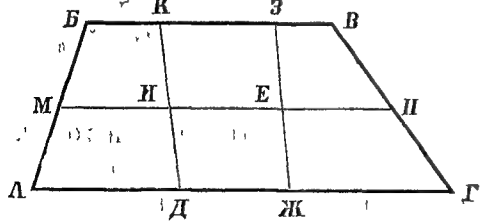


Рис. 31.

Огородъ этотъ надо раздѣлить на 5 равновеликихъ участковъ прямыми линіями, пересѣкающими параллельныя стороны трапеціи. На какомъ разстояніи одна отъ другой будутъ тѣ точки средней линіи, черезъ которыя пройдутъ границы участковъ?

19. Поле, имѣющее видъ трапеціи $ABVG$ (рис. 31), раздѣлено на 3 равновеликихъ участка линіями DK и JZ . Средняя линія трапеціи $MN = 450$ саж. Точка D отстоитъ отъ вершины A на разстояніи 200 саж., точка J отъ точки D на 140 саж. На какомъ разстояніи находится точка K отъ вершины B и точка Z отъ точки K ?

б) Построенія.

1. Начертите трапецію $ABVG$ (рис. 32), у которой одна изъ боковыхъ сторонъ была бы перпендикулярна къ основаніямъ. Превратите эту трапецію въ равновеликій прямоугольникъ: для этого продолжите меньшее основаніе и черезъ средину O боковой стороны VG проведите линію, перпендикулярную къ основаніямъ. Почему трапеціи $ABVG$ и прямоугольникъ $ABDE$ равновелики? Какъ велико основаніе AE прямоугольника сравнительно съ суммою основаній трапеціи и сравнительно съ средней линіей трапеціи?

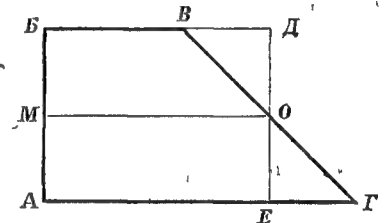


Рис. 32.

2. Постройте трапецію безъ прямыхъ угловъ и превратите ее въ равновеликій прямоугольникъ (рис. 33).

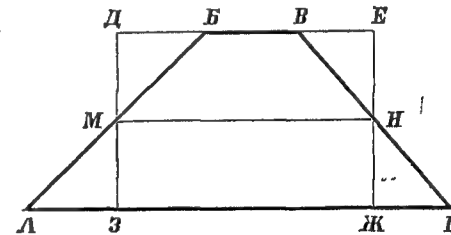


Рис. 33.

3. Начертите трапецію и раздѣлите ее на 4 равновеликія части прямыми линіями, пересѣкающими параллельныя стороны трапеціи. (См. вопросъ № 17 этого §).

4. Поле, занимающее 3 десятины, имѣетъ видъ равнобедренной трапеціи $ABVG$ (рис. 34), у которой одна изъ параллельныхъ сторонъ равна 150 саж., а другая 90 саж. Начертите планъ этого поля въ масштабѣ 30 сажень въ дюймѣ. (Параллельныя стороны идутъ съ запада на востокъ.)

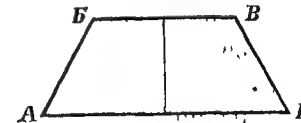


Рис. 34.

в) Выводы.

1. Чтобы вычислить площадь трапеции, надо сумму параллельных сторон умножить на высоту и произведение разделить пополам. (Площадь трапеции равна половине произведения суммы оснований на высоту).

$$s = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$$

s — площадь; b_1 и b_2 — основания; h — высота.

2. Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.

§ 6. Четыреугольник вообще.

а) Вопросы.

1. В четырехугольнике $ABVG$ (рис. 35), не имбующем параллельных сторон, проведена диагональ BG , и на нее из вершин A и V опущены перпендикуляры. Диагональ $BG = 6$ см., перпендикуляры $AO = 2$ см., $VE = 3$ см. Вычислите площади треугольников ABG и BVG . Как теперь узнать площадь четырехугольника $ABVG$? Узнайте.

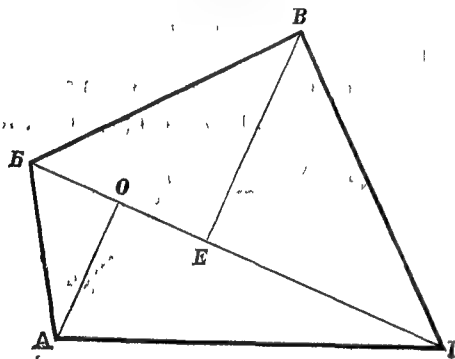


Рис. 35.

2. Луг имбеть видъ неправильнаго четырехугольника, у котораго одна изъ диагоналей равна 192 саж.; высоты треугольниковъ, для которыхъ эта диагональ служитъ общимъ основаніемъ, равны 60 саж. и 40 саж. Сколько сѣна накошено съ этого луга, если съ каждой десятины получилось сѣна 90 пудовъ?

3. Ржаное поле представляетъ собою неправильный четырехугольникъ, у котораго одна изъ диагоналей имбеть длину въ 150 м.; а высоты треугольниковъ, для которыхъ эта диагональ служитъ общимъ основаніемъ, равны 65 м. и 55 м. Какой урожай приноситъ это поле, если аръ даетъ, среднимъ числомъ, по 1 пуду зерна и по 3 пуда соломы и мякины?

3. Ржаное поле представляетъ собою неправильный четырехугольникъ, у котораго одна изъ диагоналей имбеть длину въ 150 м.; а высоты треугольниковъ, для которыхъ эта диагональ служитъ общимъ основаніемъ, равны 65 м. и 55 м. Какой урожай приноситъ это поле, если аръ даетъ, среднимъ числомъ, по 1 пуду зерна и по 3 пуда соломы и мякины?

3. Ржаное поле представляетъ собою неправильный четырехугольникъ, у котораго одна изъ диагоналей имбеть длину въ 150 м.; а высоты треугольниковъ, для которыхъ эта диагональ служитъ общимъ основаніемъ, равны 65 м. и 55 м. Какой урожай приноситъ это поле, если аръ даетъ, среднимъ числомъ, по 1 пуду зерна и по 3 пуда соломы и мякины?

4. Участокъ земли въ формѣ неправильнаго четырехугольника $ABVG$ (рис. 36) имбеть такіе размѣры: $BG = 50$ м.; $VE = 20$ м.; $AO = 15$ м.

На этомъ участкѣ построены домъ $двѣ$, длина котораго 22 м. и ширина 12 м. Остальное пространство занято дворомъ и садомъ. Сколько кв. метровъ занимаютъ дворъ и садъ вмѣстѣ?

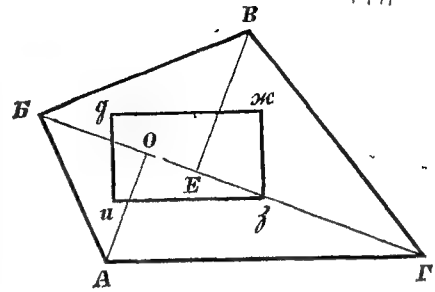


Рис. 36.

б) Построенія.

1. Начертите неправильный четырехугольникъ, у котораго одна изъ диагоналей имбеть длину въ 10 см., а перпендикуляры, опущенные на нее изъ противоположащихъ вершинъ, равны 7 см. и 5 см. Потомъ постройте равновеликій ему прямоугольникъ.

2. Постройте неправильный четырехугольникъ, у котораго одна изъ диагоналей равна 9 см., а перпендикуляры, опущенные на нее изъ противоположащихъ вершинъ, равны 3 см. и 5 см. Потомъ начертите: а) равный ему четырехугольникъ; б) не равный, но равновеликій ему четырехугольникъ.

3. На школьномъ дворѣ отмѣьте колыями неправильный четырехугольникъ. Начертите планъ его. Измѣрьте площадь.

в) Выводъ.

Площадь неправильнаго четырехугольника можно узнать, сложивъ площади двухъ треугольниковъ, на которые четырехугольникъ раздѣляется диагональю.

§ 7. Многоугольникъ.

а) Вопросы.

1. На сколько треугольниковъ раздѣлится пятиугольникъ диагоналями, проведенными изъ одной и той же вершины? А шестиугольникъ? Семиугольникъ?

2. Пятиугольник $ABVГД$ (рис. 37) разделен на треугольники диагоналями, выходящими из вершины A . Проведены высоты треугольников.

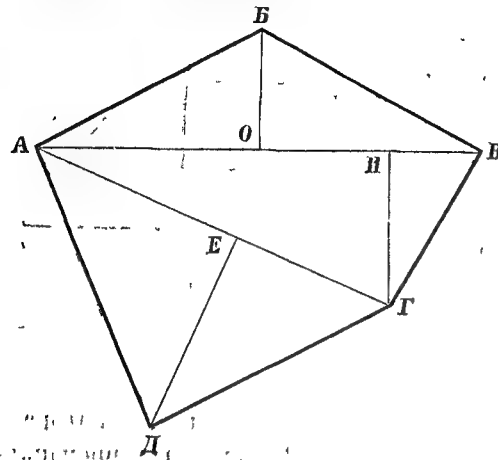


Рис. 37.

Измерением найдено: диагональ $AB = 60$ мм.; перпендикуляры: $BO = 15$ мм., $ГИ = 20$ мм., $ДК = 37$ мм.; расстояния перпендикуляров от вершины A : $AK = 16$ мм., $AI = 48$ мм.

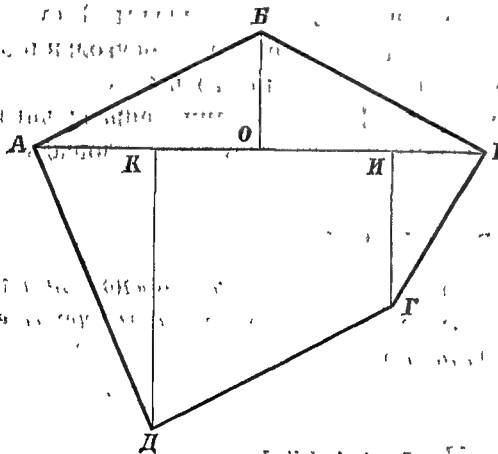


Рис. 38.

Этот разбить на треугольники диагоналями, выходящими из вершины A . Измерением найдено: $AB = 160$ саж., $AD = 200$ саж., $AD = 150$ саж., $BK = 50$ саж., $VL = 60$ саж., $DM = 80$ саж., $EH = 80$ саж. Как велика поверхность поля?

В том же самом пятиугольнике проведена диагональ AB , и на нее опущены перпендикуляры из вершин B , $Г$ и $Д$ (рис. 38). Как велики площади полученных треугольников и трапеции? Как велика площадь всего пятиугольника? Вы вычислили площадь многоугольника двумя способами. Сравните результаты.

4. Поле имеет вид шестиугольника $ABVГДЕ$ (рис. 39). Для вычисления площади, многоуголь-

Сколько надо пшеницы, чтобы засеять это поле, если на десятину идет сѣмьять 1 чт. 2 чк.?

5. За 500 руб. куплен луг, изображенный на рис. 40. Сколько процентов прибыли приносят эти деньги, если с ара получается ежегодно, средним числом, по 8 пудов сѣна, которое продается по 25 коп. за пуд, и если ежегодные расходы составляют 9 р. 98 к.?

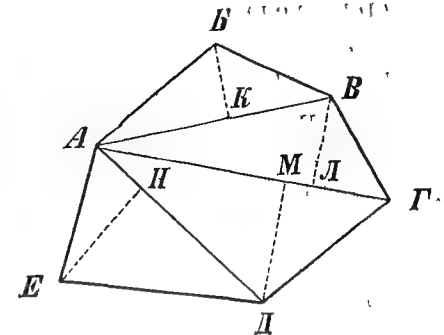


Рис. 39.

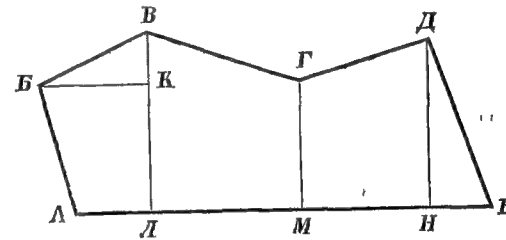


Рис. 40.

$$\begin{aligned} AL &= 18 \text{ м.} & VL &= 42\frac{1}{2} \text{ м.} \\ AM &= 54 \text{ м.} & GM &= 30\frac{1}{2} \text{ м.} \\ AN &= 86 \text{ м.} & DN &= 40 \text{ м.} \\ AE &= 97\frac{1}{2} \text{ м.} & KL &= 30\frac{1}{2} \text{ м.} \\ BK &= 26 \text{ м.} \end{aligned}$$

6. Участок земли $ABVГД$ (рис. 41), величиною в 5 десятин, надо разделить пополам прямой линией, выходящей из вершины $Д$. Измерили сторону $ДГ$, которая оказалась равною 124 саж., и перпендикулярную къ ней линию BK , которая равна 80 саж. Затем измерили расстояние от вершины $Д$ до стороны BV ; это расстояние $DM = 104$ саж. Узнайте, на каком расстоянии от вершины B находится

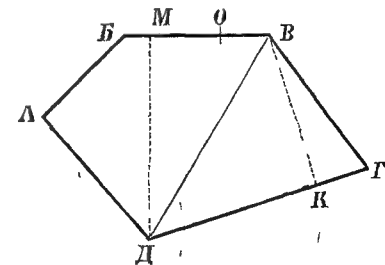


Рис. 41.

та точка O , которую надо соединить съ D , чтобы раздѣлить участокъ пополамъ?

3. Участокъ земли $ABVD$ (рис. 42), величиною въ 9 гектаровъ, надо раздѣлить на 3 равновеликія части прямыми линиями, выходящими изъ вершины A .

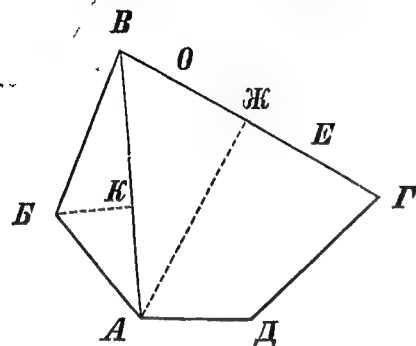


Рис. 42.

Измѣрили линію AB : она равна 3 гм. 6 дкм., и перпендикулярную къ ней линію BK : она равна 1 гм. Затѣмъ измѣрили разстояніе отъ вершины A до стороны VD ; это разстояніе $AJ = 3$ гм. Узнайте, на какомъ разстояніи отъ вершины B лежатъ тѣ точки O и E , которыя надо соединить съ A , чтобы раздѣлить весь участокъ на 3 равновеликія части?

съ A , чтобы раздѣлить весь участокъ на 3 равновеликія части?

б) Построенія.

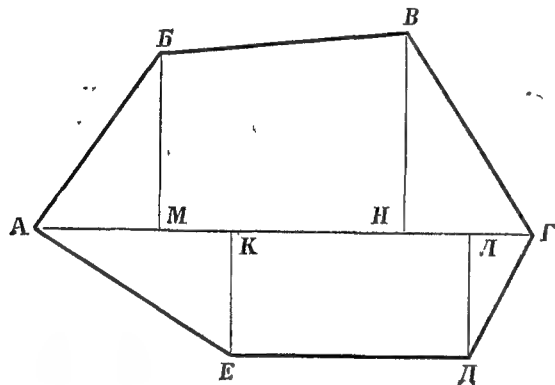


Рис. 43.

$AM = 40$ саж. $BM = 56$ саж.
 $AK = 60$ саж. $VN = 64$ саж.
 $AN = 120$ саж. $EK = 40$ саж.
 $AL = 140$ саж. $DL = 40$ саж.
 $AG = 160$ саж.

1. Начертите планъ поля по даннымъ, указаннымъ на рис. 43. Масштабъ 40 сажень въ дюймѣ. Линія AG направлена съ запада на востокъ.

2. Въ томъ же масштабѣ постройте равнобедренный треугольникъ съ основаніемъ въ 200 саж., равновеликій многоугольнику, изображенному на рис. 43.

в) Выводъ.

Чтобы опредѣлить площадь неправильнаго многоугольника, раздѣляютъ его на треугольники или на треугольники и трапеціи, вычисляютъ и складываютъ площади этихъ фигуръ.

§ 8. Правильные многоугольники.

а) Вопросы.

1. Какъ называется многоугольникъ, у котораго всѣ стороны и всѣ углы равны между собою?

2. Какъ называется правильный многоугольникъ относительно круга, окружность котораго проходитъ черезъ всѣ вершины многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

3. Какъ называется правильный многоугольникъ относительно круга, который касается всѣхъ сторонъ многоугольника? Какъ называется кругъ относительно этого многоугольника?

4. Гдѣ сходятся всѣ линіи, дѣляція пополамъ углы правильного многоугольника? На сколько и на какіе треугольники дѣлится многоугольникъ этими линіями?

5. Гдѣ сходятся всѣ перпендикуляры, восстановленные изъ срединъ сторонъ правильного многоугольника?

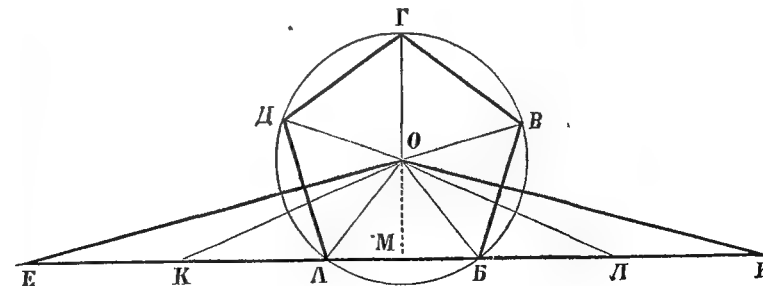


Рис. 44.

6. Сторона правильного пятиугольника равна 1 м., а разстояніе стороны отъ центра, т.-е. апогема $OM = 69$ см. (рис. 44). Пятиугольникъ раздѣленъ на треугольники линіями,

соединяющими центръ съ вершинами. Вычислите площадь одного изъ этихъ треугольниковъ AOB . Какъ потомъ определите площадь пятиугольника? Определите.

7. На продолженіяхъ стороны AB (рис. 44) отложены части AK , KE , BL , LI , равныя сторонамъ пятиугольника, такъ, что $EИ$ имѣетъ одинаковую длину съ периметромъ его. Точки E , K , A , B , L , I соединены съ центромъ. Почему равновелики между собою треугольники EOK , KOA , AOB , $БОL$, $ЛОИ$? Укажите на рис. 44 треугольникъ, равновеликій пятиугольнику $ABVГД$. Какое основаніе и какую высоту имѣетъ треугольникъ $EOИ$?

8. Сторона правильного шестиугольника равна 4 м., апогема 3 м. 46 см. Какъ велика площадь этого шестиугольника?

9. Сторона правильного восьмиугольника равна 2 м. 35 см., апогема 2 м. 84 см. Какъ велика площадь этого восьмиугольника?

б) Построенія.

1. Начертите правильный шестиугольникъ, периметръ котораго былъ бы равенъ 12 см.

2. Превратите этотъ шестиугольникъ въ равновеликій треугольникъ, основаніе котораго было бы равно периметру шестиугольника.

3. Полученный треугольникъ превратите въ равновеликій прямоугольникъ, не измѣняя высоты.

в) Выводъ.

Чтобы вычислить площадь правильного многоугольника, надо периметръ умножить на апогема и произведеніе разделить пополамъ. (Площадь правильного многоугольника равна половине произведенія периметра на апогема).

$$s = \frac{p \cdot a}{2}$$

s — площадь; p — периметръ; a — апогема.

§ 9. Кругъ.

а) Вопросы.

1. Во сколько разъ окружность длиннѣе своего діаметра? (рис. 45).

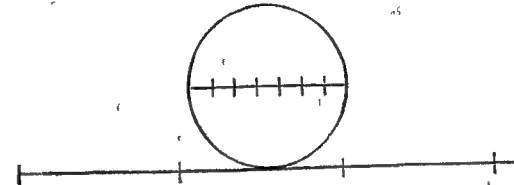


Рис. 45.

Число, показывающее, во сколько разъ окружность больше своего діаметра, обозначается греческой буквой π (пи). Приблизительно $\pi = 3\frac{1}{7}$, или $\pi = 3,14$. Больше точно $\pi = 3,1416$.

2. Какую длину имѣетъ окружность, у которой діаметръ равенъ: а) 28 дм.; б) 1 м. 40 см.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

3. Какова длина окружности, у которой радіусъ равенъ: а) 10 верст.; б) 20 километр.? ($\pi = 3,1416$).

4. Діаметръ одного изъ зубчатыхъ колесъ равенъ 16 см. 8 мм., діаметръ другого 9 см. 8 мм.

(рис. 46). Разстояніе между срединами зубцовъ на обоихъ колесахъ одинаково, именно 11 мм. Сколько зубцовъ на томъ и другомъ колесѣ? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

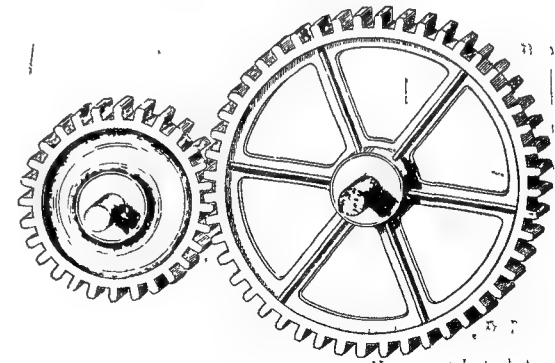


Рис. 46.

5. Въ кругъ вписаны: правильный шестиугольникъ и правильный двѣнадцатиугольникъ (рис. 47). Который изъ этихъ многоугольниковъ ближе подходит къ кругу? Периметръ котораго изъ нихъ менѣе отличается отъ окружности? Апогема какого многоугольника, меньше отличается отъ ра-

диуса? А что можно сказать о многоугольнике, у которого 24 стороны? 48 сторон?

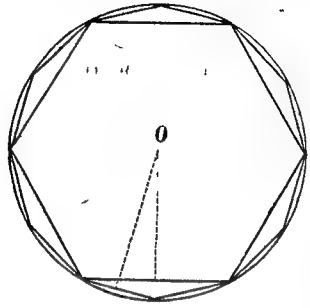


Рис. 47.

6. Если правильный многоугольник имеет чрезвычайно много очень маленьких сторон, то за какую фигуру можно принять такой многоугольник? За что можно считать периметр его? апогею?

7. Как вычисляется площадь правильного многоугольника по его периметру и апогею? Чем надо заменить периметр и апогею, чтобы определить площадь круга?

8. Как велика площадь круга, у которого диаметр равен: а) 16 фт.; б) 2 дм.; в) 28 см. ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

9. Как велика площадь круга, у которого диаметр равен: а) 20 арш.; б) 10 м. ($\pi = 3,14$).

10. Ствол дерева (у корня) имеет в обхват 9 фт. 2 дм. Как велик диаметр, и как велика площадь поперечного разреза? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

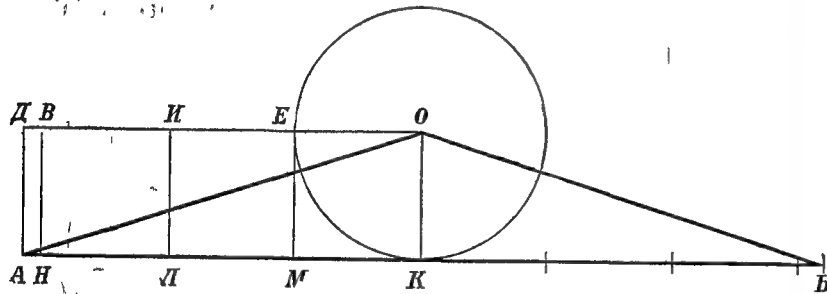


Рис. 48.

11. На касательной, по обе стороны от точки касания K, отложено по 3 радиуса и еще по $\frac{1}{7}$ радиуса (рис. 48). Сравните длину прямой AB с длиной окружности. Сравните площадь круга с площадью треугольника AOB. Если треугольник БОК приложить к треугольнику АОК, как показано на рис. 48, то треугольник AOB превратится в равновеликий ему прямоугольник АДОК. На каких фигуры делится этот прямоугольник линиями EM, IL, VH? Во

сколько раз площадь круга больше площади квадрата, сторона которого равна радиусу круга?

12. Радиус круга $OK = 14$ см. (рис. 48). Как велика площадь квадрата $MEOK$, сторона которого равна радиусу? Как теперь узнать площадь круга? Узнайте.

13. Радиус одного круга равен 7 фт., радиус другого 14 фт., радиус третьего 21 фт. Вычислите окружности и площади этих кругов. Во сколько раз радиус второго и третьего круга больше радиуса первого круга? Во сколько раз окружность второго и третьего круга больше окружности первого? Во сколько раз площадь второго и третьего круга больше площади первого?

14. Как велика площадь круга, у которого радиус равен: а) 10 саж.; б) 30 м. ($\pi = 3,14$).

15. Как велика площадь круга, у которого диаметр равен: а) 2 верст.; б) 3 км. ($\pi = 3,1416$).

16. На лугу пасется лошадь, на привязи; длина веревки 4 сж. 2 ар. Как велика поверхность луга, на которой лошадь может есть траву? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

17. Как велика площадь кругового кольца (рис. 49), если радиус одной из концентрических окружностей равен 18 саж. 2 ар., радиус другой окружности 14 саж. ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

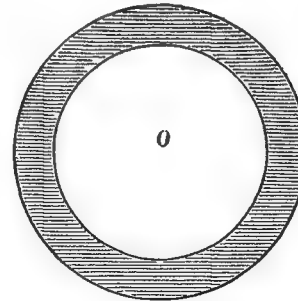


Рис. 49.

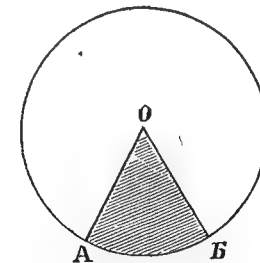


Рис. 50.

18. Как велика площадь кругового вырезка (сектора) AOB (рис. 50), если радиус его равен 30 см., а угол содержит 60° ? ($\pi = 3,14$), (Узнайте сначала, во сколько раз площадь сектора меньше площади всего круга).

19. Как велика площадь сектора, дуга которого имеет длину в 1 ар. 12 вр., а радиус равен 1 ар. 8 вр. (Длину дуги умножьте на половину радиуса).

б) Построенія.

1. Начертите кругъ и раздѣлите окружность на 12 равныхъ частей; Черезъ точки дѣленія проведите диаметры (рис. 51). Вырѣжьте кругъ и разрѣжьте по этимъ диаметрамъ. Изъ полученныхъ 12-ти секторовъ составьте фигуру, изображенную на рис. 52. Если бы вы разрѣзали кругъ не на 12

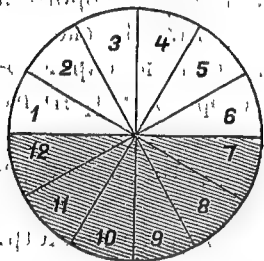


Рис. 51.

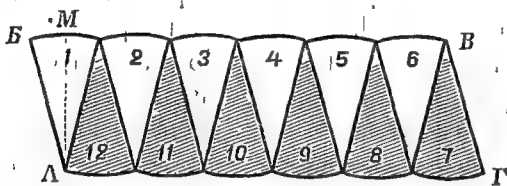


Рис. 52.

секторовъ, а на 24, на 48 и т. д., то къ какому четырехугольнику все ближе подходила бы фигура *АВВГ*? Сравните основаніе этого параллелограмма съ длиною окружности, а высоту съ радиусомъ. Какъ вычислить площадь параллелограмма? Какъ вычислить площадь круга?

2. Сдѣлайте построение, указанное на рис. 48 (см. вопросъ № 11 этого §). Сравните площадь круга съ площадью квадрата, сторона котораго равна радиусу.

в) Выводы.

1. Отношеніе окружности къ диаметру $\pi = 3\frac{1}{7}$, или $\pi = 3,14$ (приблизительно). Больше точно $\pi = 3,1416$.

2. Длина окружности равна диаметру, умноженному на π .

$$c = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

c —длина окружности; r —радиусъ.

3. Площадь круга равна половинѣ произведенія окружности на радиусъ.

$$s = \frac{c \cdot r}{2}$$

s —площадь; c —окружность; r —радиусъ.

4. Площадь круга равна квадрату радиуса, умноженному на π .

$$s = \pi \cdot r^2.$$

s —площадь; r —радиусъ.

ГЛАВА II. ПОВЕРХНОСТИ и ОБЪЕМЫ ТѢЛЪ.

§ 10. Кубъ.

а) Вопросы.

1. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность куба? (рис. 53). Какія фигуры служатъ гранями куба?

2. Какъ называется та грань, на которой стоитъ кубъ? Какая грань будетъ другимъ основаніемъ куба? Какъ называются прочія грани?

3. Сколько реберъ и сколько вершинъ имѣетъ кубъ?

4. Что можно сказать о длинѣ всѣхъ реберъ куба? Что можно сказать о направленіи реберъ куба?

5. Изъ какихъ фигуръ состоитъ сѣтка куба (развернутая поверхность куба)? (рис. 54).

6. Какъ велика площадь каждой грани куба, у котораго ребро равно 5 дм.? Какъ велика полная поверхность этого куба?

7. Какъ велика полная поверхность куба, у котораго ребро равно: а) 1 ар, 4 вр.; б) 2 м. 50 см.?

8. По сколькимъ направленіямъ надо измѣрить тѣло, чтобы узнать его величину? Сколько измѣреній имѣетъ тѣло?

9. Какъ назовете вы три измѣренія комнаты? книги? колодца?

10. Какъ называется величина того пространства, которое занимаетъ тѣло?

11. Какими мѣрами измѣряются объемы тѣлъ?

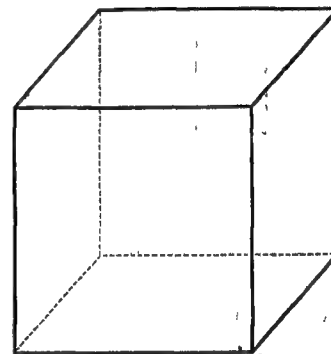


Рис. 53.

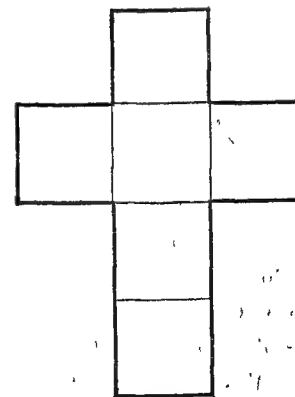


Рис. 54.

12. Какъ называется кубъ, у котораго ребро равно сажени? аршину? футу? дюйму?

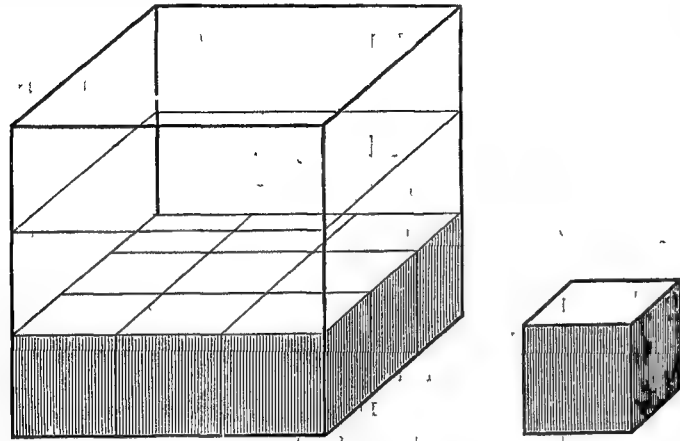


Рис. 55.

13. Кубы, изображенные на рис. 55, представляют, въ уменьшенномъ видѣ, кубическую сажень и кубическій аршинъ. Сколько кб. аршинъ въ кб. сажени? Какъ это вычислить?

14. Сколько кб. футовъ въ кб. сажени? Сколько кб. дюймовъ въ кб. футѣ? Сколько кб. вершковъ въ кб. аршинѣ? Сколько кб. дюймовъ въ кб. аршинѣ?

15. Какъ называется кубъ, у котораго ребро равно 1 метру? 1 дециметру? 1 сантиметру? (На рис. 56 изображенъ въ натуральную величину кубическій сантиметръ).



Рис. 56.

16. На рис. 57, въ уменьшенномъ видѣ, изображенъ кубическій дециметръ; а на рис. 58 изображенъ слой длиною и шириною въ 1 дециметръ и вышиною въ 1 сантиметръ. Изъ сколькихъ кубическихъ сантиметровъ состоитъ этотъ слой? Изъ сколькихъ такихъ слоевъ состоитъ кубическій дециметръ? Сколько кб. сантиметровъ содержитъ кб. дециметръ?

17. Сколько кб. дециметровъ содержитъ кб. метръ? Сколько кб. миллиметровъ содержитъ кб. сантиметръ?

18. Какъ называется кубическій метръ, когда имъ измѣряютъ топливо и строительные материалы? (рис. 59). Что такое декастеръ?

19. Сколько падо кубическихъ дюймовъ, чтобы составить кубъ, ребро котораго имѣло бы длину въ 2 дм.?

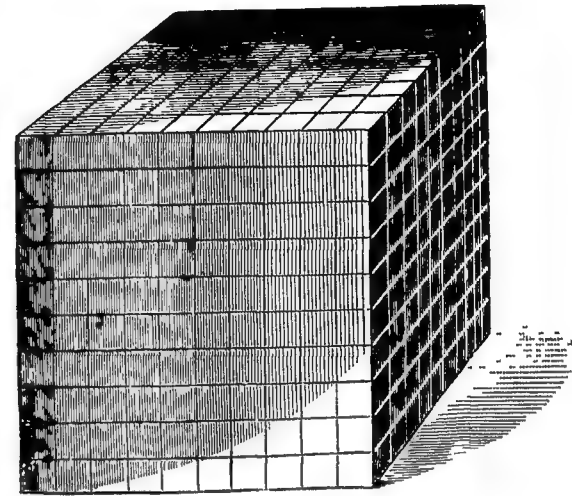


Рис. 57.

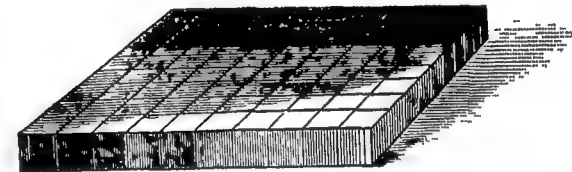


Рис. 58.

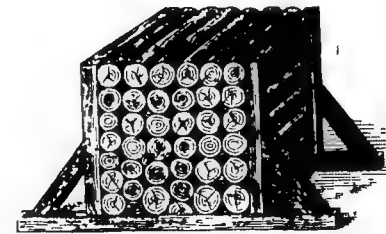


Рис. 59.

20. Сколько падо кубическихъ сантиметровъ, чтобы составить кубъ съ ребромъ: а) въ 3 см.? б) въ 4 см.?

21. На сколько кубическихъ футовъ можно разложить кубъ, ребро котораго равно 5 футамъ?

22. На сколько кубических дециметров можно разложить кубъ, ребро котораго равно: а) 6 дцм.? б) 8 дцм.?

23. Какъ вычислить объемъ куба?

Когда число, напр. 8, умножается само на себя два раза, то произведение 8.8.8 пишутъ такъ: 8^3 , и читаютъ: 8 въ кубѣ. Ребро куба равно 11 верш. Обозначьте дѣйствіе, которое надо сдѣлать для вычисленія объема этого куба. Вычислите.

24. Вычислите объемъ куба, у котораго ребро равно: а) 12 верш.; б) 2 фт. 6 дм.

25. Вычислите объемъ куба, у котораго ребро равно: а) 60 см.; б) 2 м. 50 см.

26. Кубическій дюймъ воды вѣситъ $\frac{1}{25}$ фунта. Сколько вѣситъ вода, наполняющая кубическій сосудъ, ребро котораго равно 10 дм.?

27. Метрическая мѣра вѣса—граммъ—есть вѣсъ одного кубическаго сантиметра воды. Сколько граммовъ вѣситъ 1 кубическій дециметръ воды? Какъ называется мѣра вѣса въ 1000 граммовъ?

При рѣшеніи вопросовъ №№ 28—32 смотрите таблицу удѣльных вѣсовъ, въ концѣ книги.

28. Сколько вѣситъ кусокъ льду, имѣющій видъ куба, ребро котораго равно 1 фт. 8 дм.?

29. Сколько граммовъ вѣситъ кусокъ сахара, имѣющій видъ куба, ребро котораго 5 см.? Переведите этотъ вѣсъ въ русскія мѣры, считая, что граммъ = $\frac{1}{4}$ золотника.

30. Сколько килограммовъ вѣситъ кусокъ гранита, имѣющій форму куба, ребро котораго равно 50 см.? Переведите этотъ вѣсъ въ русскія мѣры, считая, что 1 килограммъ = 2 фн. 14 лт.

31. Сколько вѣситъ стеклянный кубъ, ребро котораго равно 4 см.?

32. Сколько вѣситъ наполненный водою кубическій сосудъ, ребро котораго 20 см., если пустой сосудъ вѣситъ 250 грам.? Сколько вѣситъ тотъ же сосудъ, наполненный масломъ? ртутью?

б) Построенія.

1. Представьте себѣ горизонтальную (Г) и вертикальную (В) плоскости, напр., полъ и стѣну комнаты (рис. 60).

Вообразите, что изъ всѣхъ вершинъ куба опущены перпендикуляры на эти плоскости, и на каждой изъ нихъ соединены тѣ точки, въ которыхъ перпендикуляры пересѣкаютъ

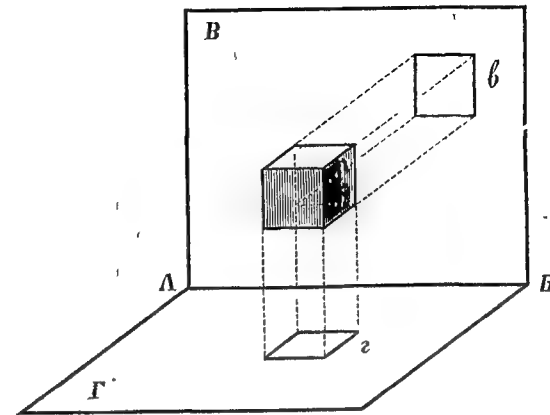


Рис. 60.

эти плоскости. Полученныя фигуры будутъ *проекціями* куба: фигура г есть горизонтальная проекція, фигура в — вертикальная проекція.

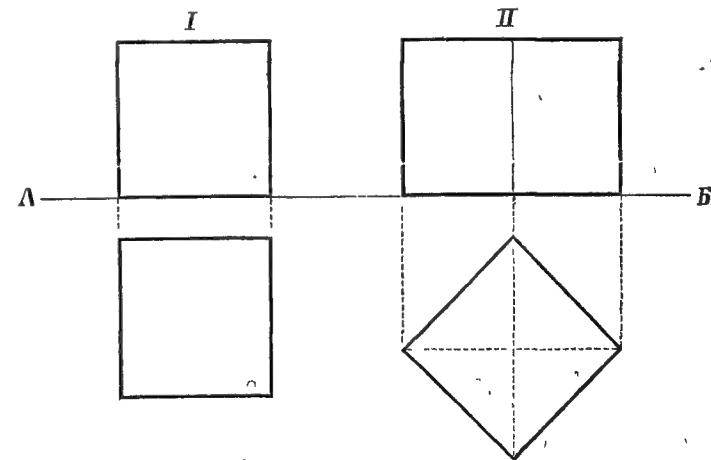


Рис. 61.

Проведите прямую АБ (рис. 61). Пусть АБ изображаетъ линію, по которой пересѣкаются между собою горизонтальная и вертикальная плоскости: вертикальная плоскость

расположена, кверху отъ *АВ*, горизонтальная — книзу отъ *АВ*. Кубъ, ребро котораго равно 6 см., поставленъ на горизонтальную плоскость такъ, что двѣ грани его параллельны вертикальной плоскости, и ближайшая изъ нихъ отстоитъ отъ нея на $1\frac{1}{2}$ см. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію этого куба (рис. 61, I). Потомъ начертите обѣ проекціи того же куба, когда онъ поставленъ на горизонтальную плоскость такъ, что боковыя грани его образуютъ съ вертикальной плоскостью углы въ 45° (рис. 61, II).

2. Начертите тотъ же кубъ такъ, какъ показано на рис. 53: передняя и задняя грани изображены квадратами, прочія грани — параллелограммами (ребра, идущія отъ передней грани къ задней, изобразите въ уменьшенномъ видѣ).

3. Начертите сѣтку куба, ребро котораго равно 4 см. (рис. 54). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовался кубъ.

в) Выводы.

1. Чтобы найти полную поверхность куба, надо вычислить площадь одной грани и умножить ее на 6.

$$S = 6 \cdot a^2$$

S — полная поверхность; a — ребро.

2. Объемы измѣряются объемами.

3. Мѣрами объемовъ служатъ кубы, у которыхъ ребра равны какой-либо линейной единицѣ.

4. Чтобы вычислить объемъ куба, надо ребро его умножить само на себя два раза.

$$V = a^3$$

V — объемъ; a — ребро.

Метрическія мѣры объемовъ.

1 куб. м. = 1000 куб. дцм.

1 куб. дцм. = 1000 куб. см.

1 куб. см. = 1000 куб. мм.

Стеръ = 100 куб. метру.

Декастеръ = 10 стер. (приблиз. = 1 куб. сажени).

Метрическія мѣры вѣса.

Граммъ (г.) = вѣсу 1 куб. см. воды.

Килограммъ (кг.) = 1000 грам.

Квицталъ = 100 килограм.

Тонна = 1000 килограм.

На рис. 62 изображены, въ натуральную величину, гири въ 1 граммъ, 10 граммовъ (декаграммъ) и 100 граммовъ (гектограммъ). Такія гири дѣлаются изъ желтой мѣди.

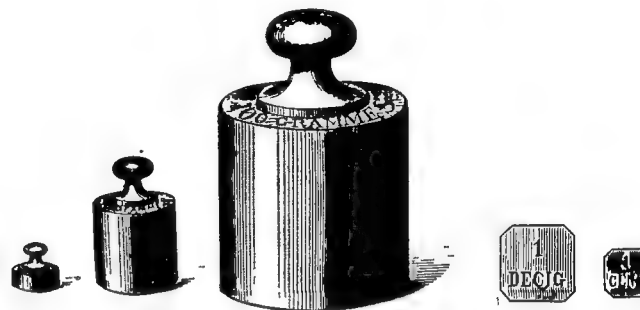


Рис. 62.

Рис. 63.

Мѣры, меньшія грамма, дѣлаются въ видѣ тонкихъ мѣдныхъ пластинокъ. На рис. 63 изображены, въ натуральную величину: $\frac{1}{10}$ грамма (дециграммъ) и $\frac{1}{100}$ грамма (санциграммъ). Такія мѣры употребляютъ аптекаря, золотыхъ дѣль мастера.

Приблизительно.

1 граммъ	= $\frac{1}{4}$ золотн. (точнѣ $22\frac{1}{2}$ дол.).
1 килограм.	= $2\frac{1}{2}$ фунт. (точнѣ 2 фн. 42 зл.).
1 тонна	= 61 пуду.
1 фунтъ	= $\frac{2}{3}$ кплогр. (точнѣ 410 грам.).
1 золотн.	= $4\frac{1}{4}$ грам.

§ 11. Прямая призма.

а) Вопросы.

1. Какое образуется тѣло, если поставить одинъ на другой нѣсколько одинаковыхъ кубовъ (напр. кубиковъ арифметического ящика) такъ, какъ показано на рис. 64?

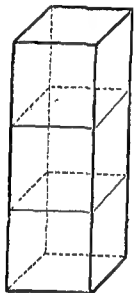


Рис. 64.

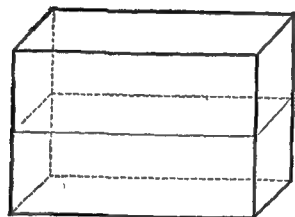


Рис. 65.

2. Какія фигуры служатъ основаніями полученной призмы?

3. Что можете вы сказать о боковыхъ граняхъ квадратной призмы? объ ея ребрахъ?

4. Какое получится тѣло, если положить одну на другую нѣсколько квадратныхъ призмъ (наприм. брусковъ арифметического ящика) такъ, какъ показано на рис. 65? Какія фигуры служатъ основаніями прямоугольной призмы? Что можете вы сказать о боковыхъ граняхъ ея? о ребрахъ?

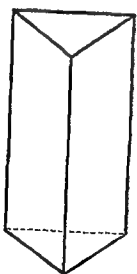


Рис. 66.

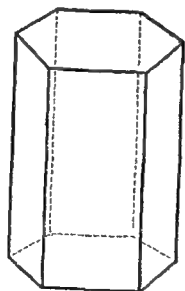


Рис. 67.

5. Какъ называется призма, у которой основаніями служатъ треугольники? (рис. 66). Пятиугольники? Шестиугольники? (рис. 67).

6. Сколько всѣхъ граней имѣетъ треугольная призма? пятиугольная? шестиугольная?

7. Какія фигуры служатъ боковыми гранями всякой прямой призмы?

8. Какъ называется разстояніе между основаніями призмы. Сравните высоту прямой призмы съ боковымъ ребромъ ея.

9. Какую фигуру образуетъ развернутая боковая поверхность призмы? (рис. 68). Сравните длину KN этого прямо-

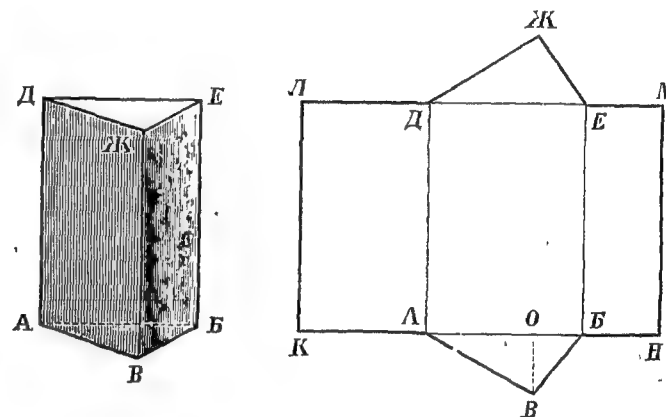


Рис. 68.

угольника съ периметромъ основанія призмы, а ширину KL — съ высотой призмы.

10. Какъ вычислить боковую поверхность призмы?

11. Треугольникъ ABV , служащій основаніемъ призмы (рис. 68), имѣетъ такія стороны: $AB = 21$ дм., $AV = 17$ дм., $BV = 10$ дм. Высота призмы $AD = 30$ дм. Какъ велика боковая поверхность этой призмы?

12. Въ треугольникѣ ABV (рис. 68) высота $VO = 8$ дм. Какъ велика площадь основанія призмы? площади обоихъ основаній вмѣстѣ? Какъ велика полная поверхность этой призмы?

13. Какъ вычислить полную поверхность призмы?

14. Основаніемъ призмы служитъ прямоугольникъ, длиною въ 1 ар. 4 вр. и шириною въ 12 вр. Высота призмы 5 ар. Вычислите полную поверхность этой призмы.

15. Длина комнаты 12 ар., ширина 10 ар., высота 5 ар. Во что обойдется оклейка этой комнаты, если кусокъ обоевъ,

длиною въ 11 ар. и шириною въ 12 верш., стоитъ 45 к.; кусокъ бордюра, длиною въ 11 ар., стоитъ 25 к.; за работу берутъ по 15 к. съ куска обоевъ или бордюра? На двери и окна надо скинуть $\frac{1}{4}$ поверхности стѣнъ.

16. На какую сумму надо купить дерева, чтобы сдѣлать шкапъ вышиною въ 2 м., шириною въ 1 м. 50 см. и глубиною въ 50 см., если платитъ за материалъ:

- 1) для передней части по 1 р. 75 к. за кв. метръ;
- 2) для боковыхъ стѣнокъ по 1 р. за кв. метръ;
- 3) для задней стѣнки (вышина ея 1 м. 80 см.) по 1 р. за кв. метръ;
- 4) для дна, верха и шести полокъ по 1 р. за кв. метръ;
- 5) для четырехъ зубчатыхъ реекъ, въ 1 м. 80 см. каждая, по 10 к. за метръ?

17. Что будетъ стоить выкрасить этотъ шкапъ (спереди и съ боковъ), если платитъ за окраску по 75 к. съ кв. метра?

18. Во что обойдется весь шкапъ, если положить на гвозди и клей 58 к., на петли и замокъ 1 р. 50 к. и за работу 7 р. 50 к.?

19. Какъ велика полная поверхность призмы вышиною въ 2 ар. 8 вр., у которой основаніемъ служитъ прямоугольный треугольникъ, имѣющій стороны въ 12 верш., 1 ар. и 1 ар. 4 вр.?

20. Столбъ имѣетъ видъ правильной шестиугольной призмы (основаніемъ служитъ правильный шестиугольникъ); сторона основанія равна 20 см.; высота столба 2 м. 50 см. Что будетъ стоить выкрасить съ боковъ 50 такихъ столбовъ, если платитъ за окраску по 20 к. съ кв. метра?

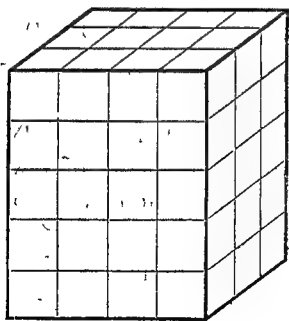


Рис. 69.

21. Прямоугольная призма (рис. 69) имѣетъ въ длину 4 см., въ ширину 3 см. и въ высоту 5 см. На сколько слоевъ, толщиною въ 1 см., можно раздѣлить эту призму, дѣлая разрѣзы параллельно основанію?

22. На сколько брусковъ, съ поперечнымъ сѣченіемъ въ 1 кв. см., можно раздѣлить каждый слой, дѣлая разрѣзы параллельно длинѣ призмы? (рис. 69).

23. На сколько кубическихъ сантиметровъ можно раздѣлить каждый брусокъ? (рис. 69). Сколько кубическихъ сантиметровъ содержитъ каждый слой? все тѣло?

24. Призма, изображенная на рис. 69, раздѣлена такъ, какъ показано на рис. 70. Какъ великъ объемъ каждой изъ полученныхъ треугольныхъ призмъ? Сколько квадратныхъ сантиметровъ содержитъ основаніе треугольной призмы? Какова высота ея?

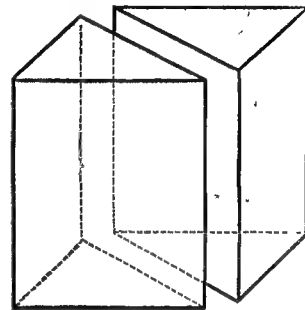


Рис. 70.

25. Сосудъ имѣетъ видъ призмы. Основаніемъ служитъ какой-нибудь многоугольникъ, площадь котораго равна 10 кв. дм. Сколько куб. дюймовъ воды надо влить въ этотъ сосудъ, чтобы вода стояла на высотѣ 1-го дюйма? 3-хъ дюймовъ? 7-ми дюймовъ?

26. Какъ вычислить объемъ призмы?

27. Сколько пудовъ вѣситъ сухая сосновая балка, длиною въ 10 ар., у которой поперечное сѣченіе есть квадратъ со стороною въ 20 дм.? (См. § 10, вопросъ № 26, и таблицу удѣльныхъ вѣсовъ).

28. Сколько килограммовъ вѣситъ чугунная Т-образная балка, у которой поперечное сѣченіе равно 30 кв. см., а длина 10 м.? (См. § 10, вопросъ № 27, и таблицу удѣльныхъ вѣсовъ).

29. Какъ великъ объемъ призмы, у которой высота равна 25 см., а основаніемъ служитъ прямоугольный треугольникъ, имѣющій катеты въ 12 см. и 18 см.?

30. Стоимость постройки зданій часто опредѣляется по числу кубическихъ сажень, при чемъ берутъ въ расчетъ высоту зданія до крыши. Сколько будетъ стоить выстроить деревянный домъ, длиною въ 7 саж., шириною въ 6 саж. и вышиною (до крыши) 4 саж., считая по 45 руб. съ кубической сажени (съ кубика)?

31. Сколько кубическихъ аршинъ воздуха содержитъ классная комната, длиною въ 12 ар., шириною въ 8 ар. и вышиною въ 5 ар.?

32. Самое большее—сколько учащихся могутъ быть помѣщены въ этой комнатѣ, если на каждого ученика должно приходиться, по меньшей мѣрѣ, 10 кубическихъ аршинъ воздуха?

33. Измѣрьте объемъ вашей классной комнаты и вычислите, сколько кубических аршинъ воздуха приходится на каждого ученика.

34. Подъ двухскатною крышею (рис. 71) устроенъ сѣноваль. Длина его 4 саж. 1 ар., ширина 1 саж. 2 ар. и высота 2 саж. Сколько пудовъ сѣна можетъ помѣститься въ этомъ сѣновальѣ, если пудъ сѣна занимаетъ $\frac{1}{2}$ кв. аршина?



Рис. 71.

35. При проведеніи желѣзной дороги была сдѣлана насыпь на протяженіи 1 в.с. 300 сж. Высота насыпи 3 сж., ширина насыпи: снизу 8 саж., сверху 6 саж. (рис. 72). Чтобы достать нужную для насыпи землю, отведенъ былъ участокъ, на которомъ и вынута земля до глубины 1 сажени. Сколько десятинъ было отведено для выемки земли?

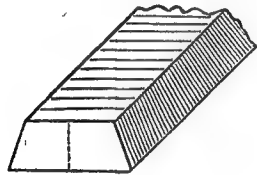


Рис. 72.

36. Вычислите полную поверхность и объемъ правильной шестиугольной призмы, у которой высота равна 3 м., сторона основанія 1 м., а разстояніе стороны отъ центра (апотема) 87 см.

б) Построенія.

1. Прямоугольная призма имѣетъ такія измѣренія: длина

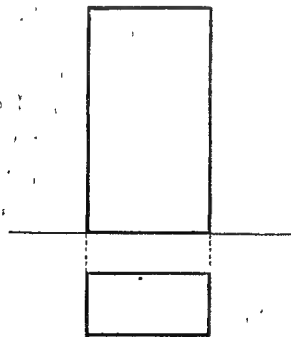


Рис. 73.

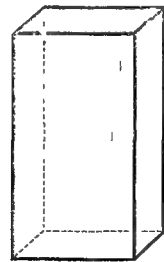


Рис. 74.

ея равна 3 см., ширина 1 см. 55 мм., высота 5 см. 6 мм. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію этой

призмы, когда она стоитъ на горизонтальной плоскости такъ, что двѣ боковыя грани параллельны вертикальной плоскости (рис. 73). (См. § 10, построеніе № 1).

2. Начертите ту же призму такъ, какъ показано на рис. 74: передняя и задняя грани изображены прямоугольниками, прочія грани — параллелограммами. (Ребра, идущія отъ передней грани къ задней, изобразите въ уменьшенномъ видѣ).

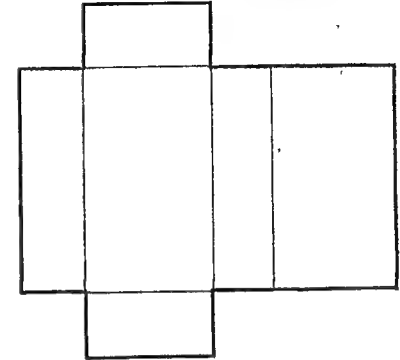


Рис. 75.

3. Начертите сѣтку той же призмы (рис. 75). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовалась призма.

4. Сдѣлайте такія же три построенія для квадратной призмы, высота которой 6 см., а сторона основанія 4 см.

в) Выводы.

1. Чтобы вычислить боковую поверхность прямой призмы, надо периметръ ея основанія умножить на высоту.

$$S = P \cdot H.$$

S — боковая поверхность; P — периметръ; H — высота.

2. Чтобы найти полную поверхность призмы, надо къ боковой поверхности прибавить площади обоихъ оснований.

$$\bar{S} = P \cdot H + 2 \cdot B.$$

\bar{S} — полная поверхность; B — площадь основанія.

3. Чтобы вычислить объемъ призмы, надо площадь основанія умножить на высоту.

$$V = B \cdot H.$$

V — объемъ; B — площадь основанія; H — высота.

§ 12. Цилиндръ.

а) Вопросы.

1. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность цилиндра? Какъ называется кривая поверхность его? Какъ называются его плоскія поверхности?

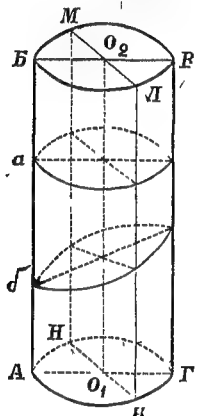


Рис. 76.

2. Какія фигуры служатъ основаніями цилиндра? Сравните оба основанія цилиндра по величинѣ и по положенію.

3. Что называется высотой цилиндра?

4. Какъ называется линия, соединяющая центры основаній цилиндра? (рис. 76).

5. Если разсѣчь цилиндръ плоскостью, проведенною черезъ ось, то какою фигурой будетъ полученное сѣченіе *АВВГ* или *КЛМН*? (рис. 76).

6. Какою фигурой будетъ сѣченіе цилиндра, сдѣланное перпендикулярно къ оси? наклонно къ оси? (рис. 76, *а* и *б*).

7. Какую фигуру представляетъ развернутая боковая поверхность цилиндра? (рис. 77). Сравните длину *АГ* и ширину *АБ* этого прямоугольника съ окружностью основанія и высотой цилиндра.

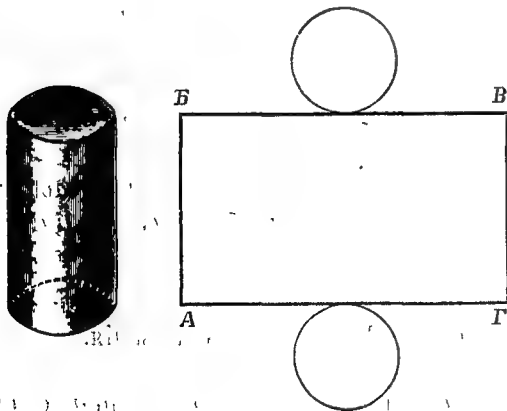


Рис. 77.

8. Какъ вычислить боковую поверхность цилиндра? Какъ вычислить полную поверхность цилиндра?

9. Сколько надо желѣзныхъ листовъ, длиною въ 4 фт. 6 дм. и шириною въ 2 фт. 4 дм., чтобы сдѣлать

круглую трубку, длиною въ 9 арш., которая въ діаметрѣ должна имѣть 7 дм.? На скрѣпленія идетъ $\frac{1}{12}$ поверхности листа ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

10. Вычислите полную поверхность цилиндровъ по слѣдующимъ даннымъ:

радіусъ основанія		высота	
а) 1 фт.	3 дм.	1 фт.	4 дм.
б) 1 м.	50 см.	2 м.	50 см.

$\pi = 3,14.$

11. Деревянный брусокъ имѣетъ видъ квадратной призмы (рис. 78). Какая получится призма, если сострогать боковые ребра этого бруска? Если сострогать боковые ребра восьмиугольной призмы, то сколько боковыхъ граней будетъ имѣть новая призма? Какое образуется тѣло, если продолжать сострагивать ребра получаемыхъ призмъ?

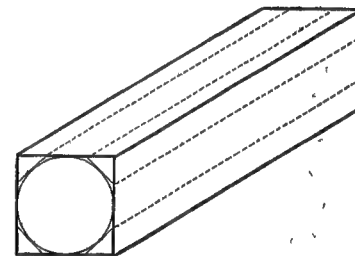


Рис. 78.

12. Какъ вычислить объемъ призмы? Какъ вычислить объемъ цилиндра?

13. Дно цилиндрическаго сосуда имѣетъ поверхность въ 5 кв. дюймовъ. Сколько кубическихъ дюймовъ воды надо влить въ этотъ сосудъ, чтобы она стояла на высотѣ 1-го дюйма? 3-хъ дюймовъ? 6-ти дюймовъ?

14. Вычислите объемы цилиндровъ по слѣдующимъ даннымъ:

діаметръ основанія		высота	
а) 1 фт.	9 дм.	2 фт.	6 дм.
б)	28 см.		35 см.

$\pi = 3\frac{1}{7}.$

15. На газовомъ заводѣ имѣются два цилиндрическихъ газохранилища; каждое изъ нихъ имѣетъ діаметръ въ 28 м., а высоту въ 15 м. Сколько каменнаго угля требуется для того, чтобы наполнить газомъ оба хранилища, если 100 кг. угля даютъ 30 куб. м. газа? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

16. Сколько вѣситъ ртуть, налитая въ цилиндрическую трубку до высоты 720 мм., если площадь поперечнаго разрѣза трубки равна $\frac{1}{2}$ кв. см.?

17. Сколько вѣситъ цементная труба, длиною въ 2 м., у которой ширина просвѣта равна 30 см., а толщина стѣнокъ 5 см.? ($\pi = 3,14$).

18. Въ цилиндрическую банку, у которой диаметр дна равен 14 см., налита вода до некоторой высоты. Въ воду погрузили кусокъ желѣза и замѣтили, что вода поднялась на 5 см. Сколько вѣситъ этотъ кусокъ желѣза? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

19. Какія знаете вы русскія мѣры жидкихъ и сыпучихъ тѣлъ? Въ формѣ какихъ сосудовъ дѣлаются: ведро, четверикъ (мѣра), гарнецъ?

20. Гарнецъ вмѣщаетъ 8 фунтовъ воды; 1 кб. дюймъ воды вѣситъ (почти) $\frac{1}{25}$ фунта. Сколько кб. дюймовъ содержитъ гарнецъ? четверикъ?

21. Сколько вѣситъ мѣра ржи? мѣра овса?

22. Ведро вмѣщаетъ 30 фунтовъ воды. Сколько кб. дюймовъ содержитъ ведро?

23. Сколько вѣситъ ведро молока? ведро спирту?

24. Водоемъ имѣетъ видъ цилиндра; диаметръ дна равенъ 1 саж. 4 фт. 8 дм., глубина 5 фт. Сколько ведеръ воды можетъ помѣститься въ этомъ водоемѣ? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

25. Пожарная машина имѣетъ два одинаковыхъ цилиндра, диаметры которыхъ равны 7 дм. При качаніи поршни цилиндровъ поднимаются на 10 дм. Сколько ведеръ воды можетъ дать эта машина въ часъ, если каждый цилиндръ опорожняется 25 разъ въ минуту?

26. Какъ называется главная метрическая мѣра емкости (жидкихъ и сыпучихъ тѣлъ)? Какъ называется мѣра въ 10 литровъ? въ 100 литровъ?

27. Литръ есть цилиндрической сосудъ, вмѣстимость котораго равна 1 кубическому дециметру. Сколько это кб. сантиметровъ?

28. Сколько вѣситъ 1 литръ воды? Сколько вѣситъ литръ молока? масла?

29. Диаметръ цилиндрическаго сосуда равенъ 70 см., а высота 40 см. Сколько гектолитровъ и литровъ вмѣщаетъ этотъ сосудъ? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

30. Сколько гектолитровъ воды даетъ въ часъ водопроводъ, труба котораго имѣетъ просвѣтъ шириною въ 10 см., а скорость теченія воды 80 см. въ секунду? ($\pi = 3,14$).

б) Построенія.

1. Диаметръ основанія цилиндра равенъ 3 см., высота 6 см. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію

этого цилиндра: а) когда онъ стоитъ на горизонтальной плоскости; б) когда онъ лежитъ на горизонтальной плоскости такъ, что ось его параллельна вертикальной плоскости (рис. 79).

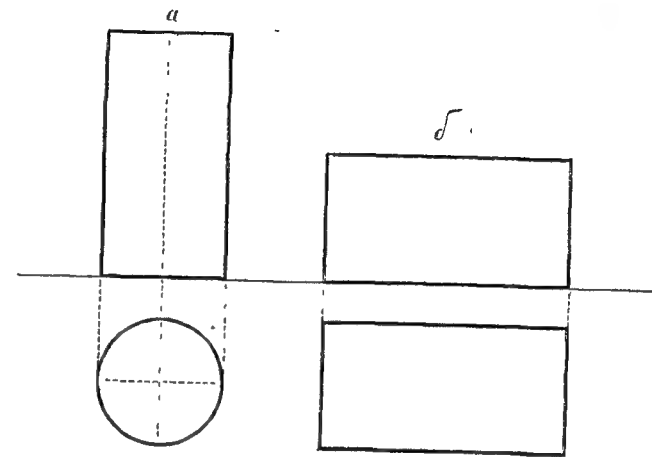


Рис. 79.

2. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію цилиндрической трубки, которая стоитъ на горизонтальной плоскости. Размѣры трубки такіе: ширина просвѣта 3 см., толщина стѣнокъ 1 см.; высота 8 см.

3. Начертите сѣтку цилиндра (см. рис. 77), у котораго диаметръ равенъ 3 см. 5 мм., а высота 10 см.

4. Изъ этой сѣтки сдѣлайте модель цилиндра.

в) Выводы.

1. Чтобы вычислить боковую поверхность цилиндра, надо окружность основанія умножить на высоту.

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H.$$

S — боков. поверх.; R — радиусъ; H — высота.

2. Чтобы вычислить полную поверхность цилиндра, надо къ боковой поверхности прибавить площади обоихъ оснований.

$$\bar{S} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2.$$

\bar{S} — полная поверхн., R — радиусъ; H — высота.

3. Чтобы вычислить объем цилиндра, надо площадь основания умножить на высоту.

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H.$$

V—объем; R—радиус; H—высота.

Метрическія мѣры емкости.

- Литръ (л.) = 1 кв. дециметру.
- Декалитръ (дкл.) = 10 литрамъ.
- Гектолитръ (гл.) = 100 литрамъ.
- Децилитръ (дцл.) = $\frac{1}{10}$ литра.

На рис. 80 и 82 изображены, въ уменьшенномъ видѣ, литры для жидкостей, а на рис. 81 — декалитръ для сыпучихъ тѣлъ.

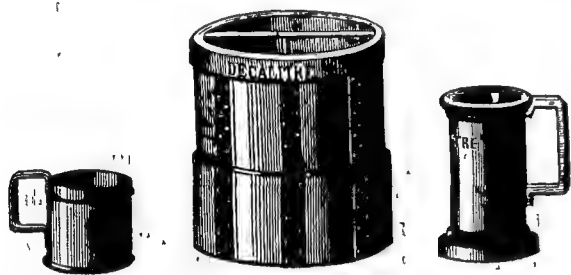


Рис. 80.

Рис. 81.

Рис. 82.

Сосуды для масла и молока дѣлаются изъ жести; высота у нихъ одинакова съ діаметромъ дна (рис. 80). Сосуды для вина и уксуса дѣлаются изъ олова; высота у нихъ вдвое больше, чѣмъ діаметръ дна (рис. 82). Сосуды для сыпучихъ тѣлъ дѣлаются изъ дерева или листового желѣза; высота у нихъ одинакова съ діаметромъ дна (рис. 81).

П р и б л и з и т е л ь н о .

1 литръ = $\frac{2}{25}$ ведра.	1 ведро = $12\frac{1}{4}$ литра.
1 литръ = $\frac{3}{10}$ гарнца.]	1 четверикъ = $26\frac{1}{4}$ литра.

§ 13. Пирамида.

а) Вопросы.

1. Какъ называется та грань, на которой стоитъ пирамида? (рис. 83).

2. Какія фигуры служатъ боковыми гранями пирамиды?

3. Гдѣ сходятся всѣ боковыя ребра пирамиды?

4. Какъ называется пирамида, основаніемъ которой служитъ треугольникъ? четырехугольникъ? шестиугольникъ?

5. Сколько всѣхъ граней имѣетъ а) треугольная пирамида? четырехугольная? пятиугольная?

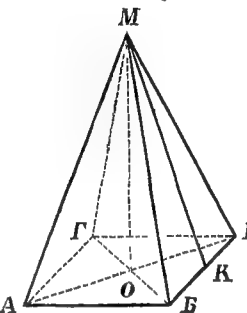


Рис. 83.

6. Какъ называется разстояніе MO отъ вершины пирамиды до ея основанія? (рис. 83).

7. Какъ называется пирамида, у которой основаніе — правильный многоугольникъ, а всѣ боковыя грани — равные между собою треугольники?

8. Сравните высоту MO правильной пирамиды съ боковымъ ребромъ MA и съ высотой MK боковой грани: которая изъ этихъ трехъ линій наименьшая, и которая наибольшая? (рис. 83).

9. У правильной треугольной пирамиды сторона основанія равна 1 фт. 6 дм., а высота боковой грани — 5 фт. 4 дм. Какъ велика площадь каждой боковой грани? Какъ велика боковая поверхность этой пирамиды?

10. Какъ велика боковая поверхность правильной шестиугольной пирамиды, у которой сторона основанія равна 4 м. 50 см., а высота боковой грани 8 м.?

11. Какъ вычислить полную поверхность пирамиды?

12. Какъ велика полная поверхность правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ, если сторона основанія равна 8 верш., а высота боковой грани 1 ар. 8 вр.?

13. Какія получатся два тѣла, если разсѣчь пирамиду параллельно основанію? (рис. 84).

14. Сколько всѣхъ граней имѣетъ усѣченная пирамида: треугольная? четырехугольная? пятиугольная? Какія фигуры служатъ боковыми гранями усѣченной пирамиды?

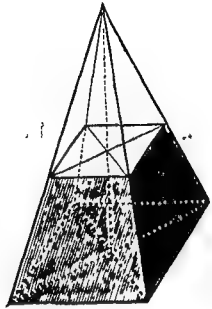


Рис. 84.

15. Правильная усѣченная пирамида (рис. 84) имѣетъ основаніями квадраты; сторона нижняго основанія равна 90 см., сторона верхняго основанія 50 см., высота боковой грани (высота трапеціи) 70 см. Вычислите: а) площадь нижняго основанія; б) площадь верхняго основанія; в) площадь боковой грани; г) боковую поверхность; д) полную поверхность.

а) площадь нижняго основанія; б) площадь верхняго основанія; в) площадь боковой грани; г) боковую поверхность; д) полную поверхность.

16. На рис. 85 изображены два одинаковыхъ куба. Одинъ кубъ раздѣленъ на шесть равныхъ между собою пирамидъ, основаніями которыхъ служатъ шесть граней куба, а общая вершина находится въ срединѣ куба *O*. Другой кубъ раздѣленъ на шесть равныхъ между собою призмъ. Сравните пирамиду *ОАВГ* и призму *АВВГДЕЖЗ*: что можно сказать про ихъ объемы, про ихъ основанія, про ихъ высоты? Какъ вычислить объемъ призмы, зная площадь ея основанія и высоту? Какъ вычислить объемъ пирамиды, зная площадь ея основанія и высоту?

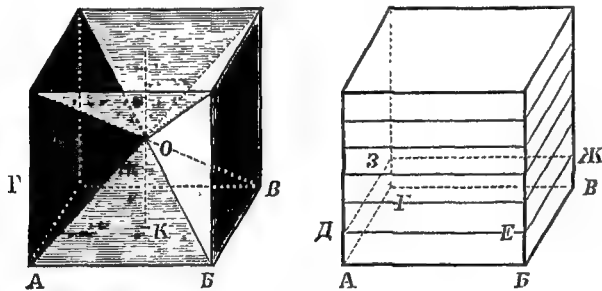


Рис. 85.

мидь, основаніями которыхъ служатъ шесть граней куба, а общая вершина находится въ срединѣ куба *O*. Другой кубъ раздѣленъ на шесть равныхъ между собою призмъ. Сравните пирамиду *ОАВГ* и призму *АВВГДЕЖЗ*: что можно сказать про ихъ объемы, про ихъ основанія, про ихъ высоты? Какъ вычислить объемъ призмы, зная площадь ея основанія и высоту? Какъ вычислить объемъ пирамиды, зная площадь ея основанія и высоту?

17. На рис. 86 изображены два сосуда: одинъ имѣетъ форму пирамиды, другой—форму призмы; основанія и высоты у нихъ одинаковы. Первый сосудъ наполняется пескомъ, который потомъ пересыпается во второй сосудъ. Сколько разъ надо пересыпать песокъ изъ перваго сосуда во второй, чтобы послѣдній наполнился?

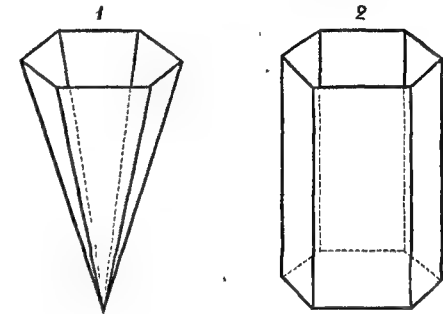


Рис. 86.

18. Основаніемъ пирамиды служитъ прямоугольный треугольникъ, у котораго одинъ катетъ равенъ 1 фт. 3 дм., другой катетъ 1 фт. 6 дм. Высота пирамиды 5 фт. 4 дм. Какъ великъ объемъ этой пирамиды?

19. Основаніемъ пирамиды служитъ прямоугольникъ длиною въ 1 м. 50 см. и шириною въ 80 см. Высота пирамиды 5 м. Какъ великъ объемъ этой пирамиды?

20. Сколько вѣситъ чугунная пирамида вышиною въ 40 см., у которой основаніе есть правильный шестиугольникъ, имѣющій сторону въ 10 см., а апогею въ 8 см. 7 мм.?

21. Правильная пирамида, изъ гранита, имѣетъ основаніемъ квадратъ, сторона котораго равна 3 м. Высота пирамиды 2 м.; высота боковой грани 2 м. 50 см. Вычислите: а) площадь основанія; б) боковую поверхность; в) полную поверхность; г) объемъ; д) вѣсъ.

б) Построенія.

1. Начертите горизонтальныя и вертикальныя проэкции правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ, такъ, какъ показано на рис. 87. Возьмите сторону основанія длиною въ 2 см. 5 мм., а высоту пирамиды въ 5 см.

2. Начертите горизонтальную и вертикальную проэцію усѣченной правильной треугольной пирамиды, такъ, какъ показано на рис. 88. Возьмите сторону нижняго основанія длиною въ 4 см., сторону верхняго основанія въ 2 см., а высоту пирамиды въ 3 см.

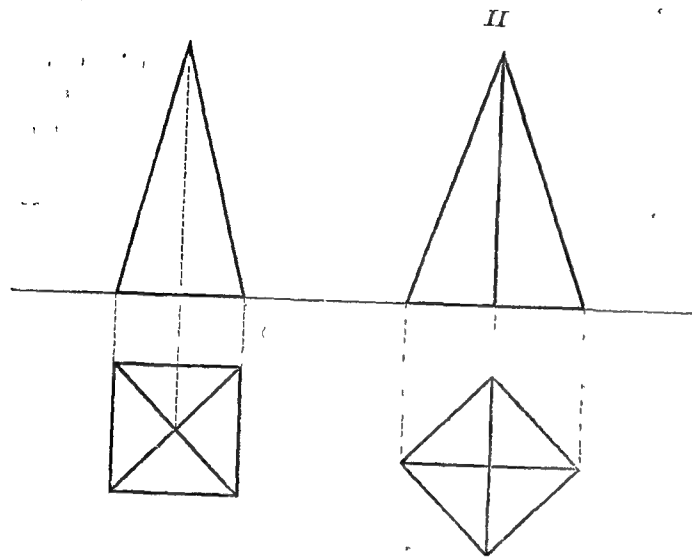


Рис. 87.

3. Начертите сѣтку правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ (рис. 89). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовалась пирамида.

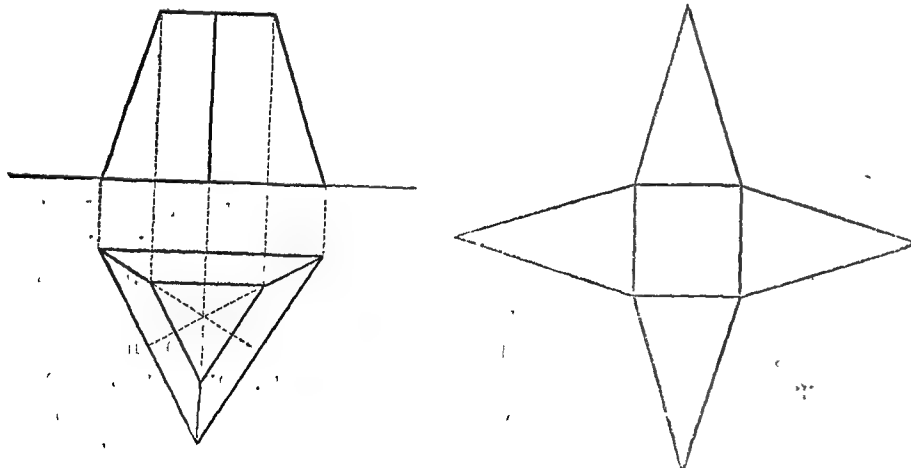


Рис. 88.

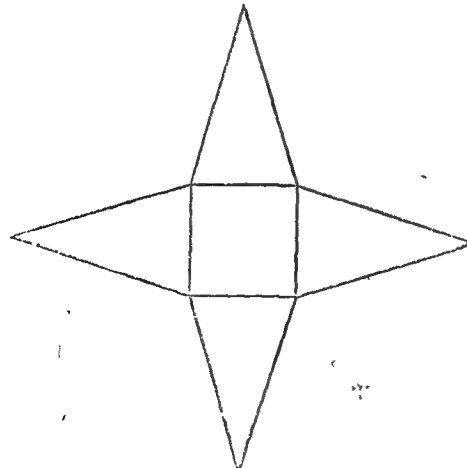


Рис. 89.

4. Начертите сѣтку правильной шестиугольной пирамиды (рис. 90). Вырѣжьте и согните такъ, чтобы образовалась пирамида.

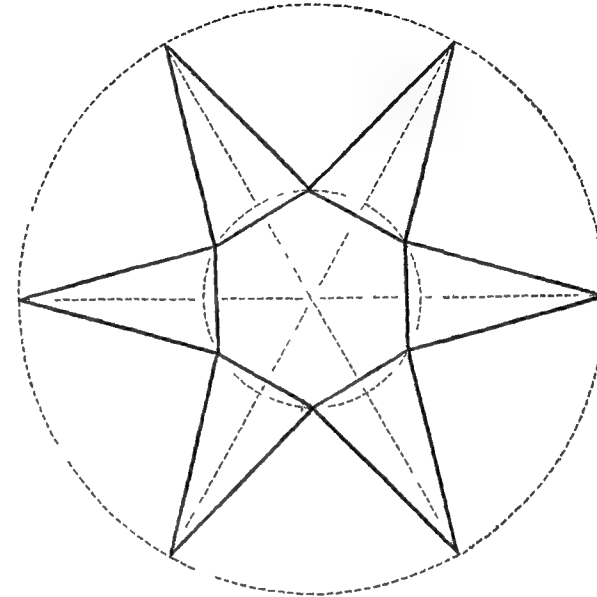


Рис. 90.

в) Выводы.

1. Чтобы вычислить боковую поверхность правильной пирамиды, надо определить площадь боковой грани и умножить ее на число боковыхъ граней.

2. Чтобы найти полную поверхность пирамиды, надо из боковой поверхности прибавить площадь основанія, а въ случаѣ усеченной пирамиды—площади обоихъ оснований.

3. Чтобы вычислить объемъ пирамиды (иной), надо площадь основанія умножить на одну треть высоты.

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

V — объемъ; B — площадь основ.; H — высота.

§ 14. Конусъ.

а) Вопросы.

1. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность конуса? (рис. 91). Какая изъ этихъ частей называется основаніемъ конуса? Какъ называется кривая поверхность конуса?

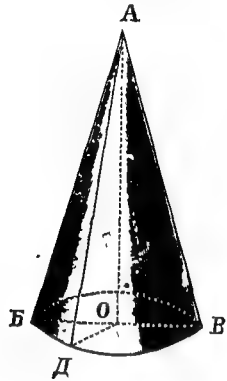


Рис. 91.

2. Что называется высотой конуса? Какъ иначе называется прямая AO , соединяющая вершину конуса съ центромъ основанія его? (рис. 91).

3. Прямую AD (AB , AB) (рис. 91), проходящую по боковой поверхности конуса отъ вершины до окружности основанія, будемъ называть боковой линіей конуса. Что можно сказать о величинѣ боковой линіи сравнительно съ высотой конуса?

4. Назовите нѣсколько предметовъ, которые имѣютъ коническую форму (голова сахару, морковь, воронка и т. д.).

5. Какую фигуру образуетъ развернутая боковая поверхность конуса? (рис. 92). Сравните дугу MDH этого сектора съ окружностью основанія конуса, а радиусъ AD сектора — съ боковой линіей конуса.

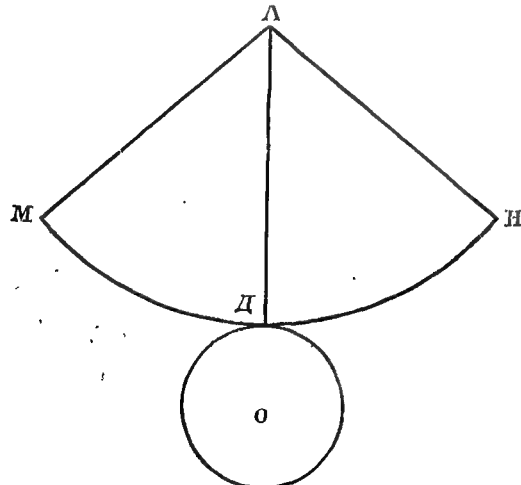


Рис. 92.

6. Какъ вычислить боковую поверхность конуса? (См. § 9, вопросъ № 19).

7. Радиусъ основанія конуса равенъ 7 дм., боковая линія 24 дм. Какъ велика окружность основанія?

8. Какъ велика боковая поверхность? Какъ велика площадь основанія? Какъ велика полная поверхность? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

8. Сколько надо листовъ желѣза, чтобы покрыть шпиль колокольни, имѣющей видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ $1\frac{1}{2}$ ар., боковая линія 10 ар., если длина листа 4 фт., ширина 2 фт. 4 дм., и на загибы идетъ $\frac{1}{12}$ поверхности листа? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

9. Какія образуются два тѣла, если разсѣчь конусъ параллельно основанію? Какой фигурой будетъ сѣченіе? (рис. 93).

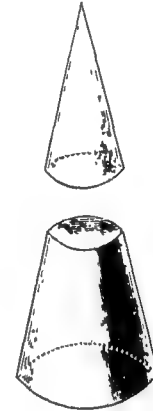


Рис. 93.

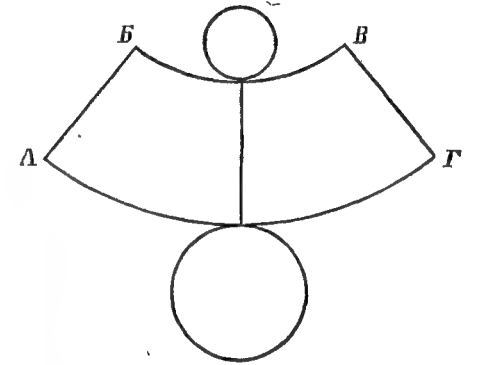


Рис. 94.

10. Изъ сколькихъ частей состоитъ поверхность усѣченного конуса? Какія изъ этихъ частей называются основаніями усѣченного конуса? Какъ называется кривая поверхность?

11. На какой четырехугольникъ похожа развернутая боковая поверхность усѣченного конуса? (рис. 94). Сравните большую изъ параллельныхъ линій AG съ окружностью большаго основанія усѣченного конуса; сравните меньшую параллель BB' съ окружностью меньшаго основанія.

12. Какъ вычислить боковую поверхность усѣченного конуса? (См. § 5, выводъ № 1). Какъ найти полную поверхность усѣченного конуса?

13. Основанія усѣченного конуса имѣютъ радиусы длиною въ 2 фт. 6 дм. и въ 1 фт. 8 дм.; боковая линія равна 3 фт. 4 дм. Вычислите: а) площадь большаго основанія; б) площадь меньшаго основанія; в) боковую поверхность; г) полную поверхность ($\pi = 3,14$).

14. Сколько надо олова, чтобы вылудить изнутри кастрюлю (безъ крышки), имѣющую видъ усѣченного конуса (рис. 95), у котораго внутренній диаметръ дна равенъ 28 см., диаметръ сверху 35 см., боковая линия 16 см., если на полуду 1 кв. дециметра идетъ 40 грам. олова?



Рис. 95.

15. Кусокъ дерева имѣетъ видъ правильной пирамиды съ квадратнымъ основаніемъ (рис. 96). Какая получится пирамида, если сострогать боковыя ребра этого куска? Если сострогать боковыя ребра восьмиугольной пирамиды, то сколько боковыхъ граней будетъ имѣть новая пирамида? Какое образуется тѣло, если продолжать сострагивать боковыя ребра получаемыхъ пирамидъ?

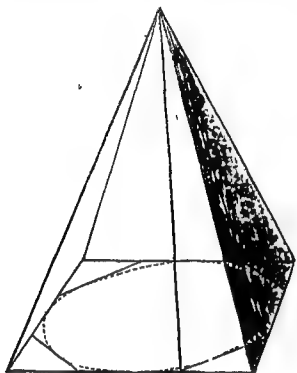


Рис. 96.

16. Какъ вычислить объемъ пирамиды? Какъ вычислить объемъ конуса?

17. На рис. 97 изображены два сосуда: одинъ имѣетъ форму конуса, другой — форму цилиндра; основанія и высоты у нихъ одинаковы. Первый сосудъ наполняется водой, которая потомъ переливается во второй сосудъ. Сколько разъ надо переливать воду изъ перваго сосуда во второй, чтобы послѣдній наполнился?

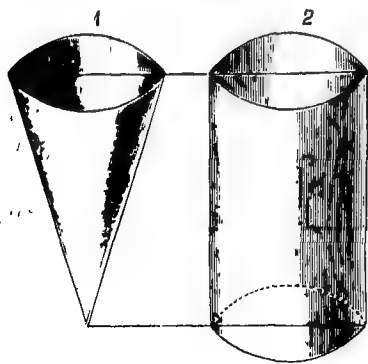


Рис. 97.

20. Какъ великъ объемъ конической кучи песку, у ко-

торой окружность основанія равна 7 сж. 1 ар., а высота — 1 сажени? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

21. Основанія усѣченного конуса имѣютъ такіе радіусы: $OA = 21$ дм. и $DB = 14$ дм. (рис. 98). Высота конуса $OD = 28$ дм. Какъ великъ объемъ этого усѣченного конуса? (Дополните усѣченный конусъ до цѣлаго и найдите объемъ усѣченного конуса, какъ разность объемовъ двухъ цѣлыхъ конусовъ. Высоту цѣлаго конуса OM определите изъ подобія треугольниковъ AOM и AKB).

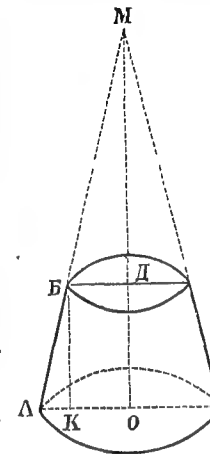


Рис. 98.

22. Когда радіусы обоихъ основаній усѣченного конуса лишь немного отличаются другъ отъ друга, тогда объемъ можно вычислить довольно точно, принимая усѣченный конусъ за цилиндръ, высота котораго одинакова съ высотой усѣченного конуса, а основаніемъ котораго служитъ среднее сѣченіе, т.-е. кругъ, находящійся на равныхъ разстояніяхъ отъ обоихъ основаній усѣченного конуса (рис. 99). Такъ обыкновенно вычисляютъ объемъ деревь (необтесанныхъ бревень).

Какъ великъ объемъ бревна длиною въ 8 арш., у котораго диаметръ средняго сѣченія равенъ 21 дм.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

23. Сколько вѣситъ свѣжее сосновое дерево, длина котораго 10 м., а окружность средняго сѣченія 1 м. 25 см. 6 мм.? ($\pi = 3,14$).



Рис. 99.

б) Построенія.

1. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію конуса такъ, какъ показано на рис. 100. Возьмите радіусъ основанія конуса длиною въ 2 см., а высоту въ 6 см.

2. Начертите, какъ показано на рис. 101, горизонтальную и вертикальную проекцію усѣченного конуса, у котораго диаметръ нижняго основанія равенъ 4 см., диаметръ верхняго основанія 2 см. 8 мм., а высота 3 см. 8 мм.

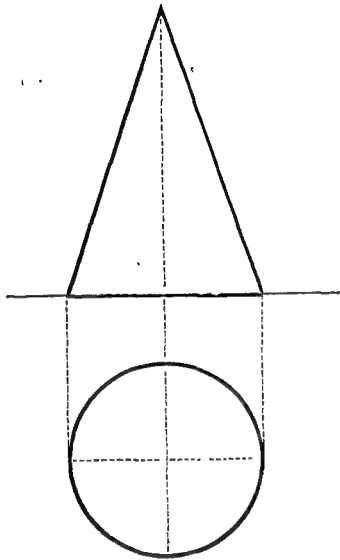


Рис. 100.

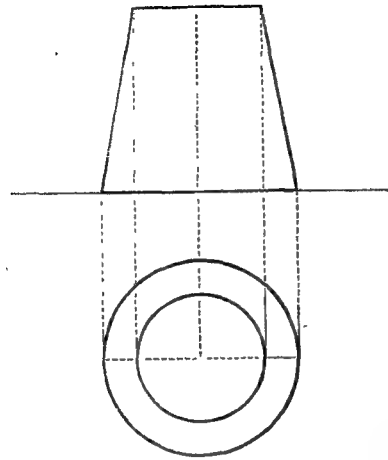


Рис. 101.

в) Выводы.

1. Чтобы вычислить боковую поверхность конуса, надо окружность основания умножить на половину боковой линии.

$$S = \pi \cdot R \cdot L.$$

S — бок. поверхн.; R — радиус; L — бок. линия.

2. Чтобы найти полную поверхность конуса, надо из боковой поверхности прибавить площадь основания.

$$S = \pi \cdot R \cdot L + \pi \cdot R^2.$$

S — полн. поверхн.; R — радиус; L — бок. линия.

3. Боковая поверхность усеченного конуса одинакова с площадью трапеции, у которой параллельны стороны равны окружностям оснований конуса, а высота равна боковой линии.

$$S = \pi \cdot (R + r) \cdot L.$$

S — бок. поверхн.; R и r — радиусы; L — бок. линия.

$$\bar{S} = \pi \cdot (R + r) \cdot L + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2.$$

S — полная поверхность усечен. конуса.

4. Чтобы вычислить объем конуса (цylinder), надо площадь основания умножить на одну треть высоты.

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3}$$

V — объем; R — радиус; H — высота.

§ 15. Шарь.

а) Вопросы.

1. Если разсечь шарь плоскостью, то какую форму будет имѣть всякое такое сѣчение? (рис. 102).

2. Сравните, по величинѣ, сѣчение, проходящее черезъ центръ, съ какимъ-нибудь другимъ сѣчениемъ.

3. Какъ дѣлится шарь сѣчениемъ, проходящимъ черезъ центръ (большимъ кругомъ)?

4. Что такое радиусъ шара? диаметръ?

5. Что такое ось земного шара? полюсы? экваторъ?

6. Какъ называются на глобусѣ круги, идущіе параллельно экватору?

7. Какъ называются круги, проходящіе черезъ полюсы?

8. Что можете вы сказать о величинѣ параллельныхъ круговъ? о величинѣ меридіановъ?

9. Какъ называется часть шаровой поверхности, заключенная между двумя параллельными кругами?

10. Шарь разсѣченъ пополамъ большимъ кругомъ (рис. 103). Окружность большого круга раздѣлена на нѣсколько, напр. на 12, равныхъ частей; одна изъ такихъ частей есть дуга AB. Концы дуги A и B соединены съ полюсомъ C четвертями меридіановъ; тѣ же кон-



Рис. 102.

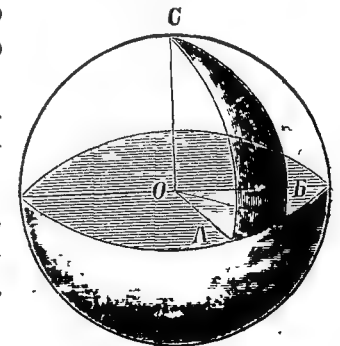


Рис. 103.

цы A и B соединены съ центромъ O прямыми линиями. Оказывается, что поверхность шарового треугольника ACB вдвое больше площади кругового вырѣзка AOB . Во сколько разъ поверхность полушара больше площади большого круга? Во сколько разъ поверхность всего шара больше площади большого круга?

11. Какъ вычислить поверхность шара?

12. Какъ велика поверхность шара, у котораго радиусъ равенъ: а) 14 дм.; б) 28 см.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

13. Какъ велика поверхность шара, у котораго диаметръ равенъ 1 ар. 4 вр.? ($\pi = 3,14$).

14. Сколько надо краски, чтобы покрасить крышу башни, имѣющую видъ полушара, диаметръ котораго равенъ 20 фут., если на 1 кв. сажень идетъ краски 2 фн. 4 зл.? ($\pi = 3,14$).

15. Что стоитъ позолотить шаръ, диаметръ котораго равенъ 14 см., если платитъ по 5 коп. съ кв. сантиметра? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

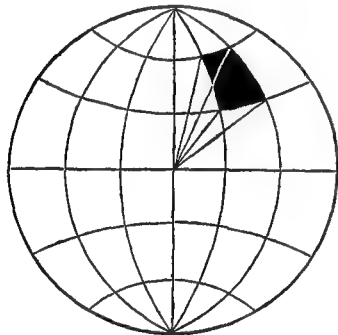


Рис. 104.

16. Поверхность шара раздѣлена градусной сѣткой на небольшіе четырехугольники (рис. 104). Вообразите, что на каждомъ четырехугольникѣ построено тѣло, имѣющее видъ пирамиды, вершина которой въ центрѣ шара. Какова высота такой пирамиды?

17. Какую поверхность составлять основанія всѣхъ этихъ пирамидъ?

18. Какъ найти объемъ каждой пирамиды? всѣхъ вмѣстѣ? Какъ вычислить объемъ шара?

19. Какъ великъ объемъ шара, у котораго а) радиусъ равенъ 21 дм.; б) окружность большого круга равна 2 м. 64 см.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

20. Сколько полныхъ ведеръ вмѣщаетъ котель, имѣющій видъ полушара, внутренній диаметръ котораго равенъ 40 дм.? ($\pi = 3,14$).

21. Вычислите объемъ шара, диаметръ котораго равенъ 12 см., и потомъ узнайте вѣсъ, если шаръ а) желѣзный; б) стеклянный; в) пробковый. ($\pi = 3,14$).

22. Сколько вѣситъ самый большой шаръ, какой можно

выточить изъ куска сухой липы, имѣющаго видъ куба, ребро котораго равно 30 см.? ($\pi = 3,14$).

23. Шаръ помѣщенъ въ цилиндръ, диаметръ и высота котораго равны диаметру шара (рис. 105). Обозначивъ радиусъ шара черезъ R , выразите: а) поверхность шара; б) боковую поверхность цилиндра; в) объемъ шара; г) объемъ цилиндра. Сравните поверхность шара съ боковой поверхностью цилиндра. Сравните объемъ шара съ объемомъ цилиндра.

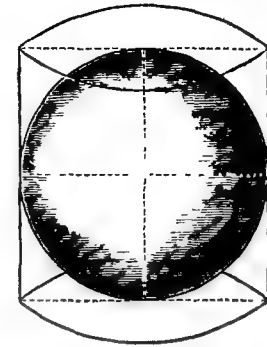


Рис. 105.

б) Построенія.

1. Полушаръ, диаметръ котораго равенъ 5 см. 6 мм., поставленъ большимъ кругомъ на горизонтальную плоскость. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію этого полушара (рис. 106).

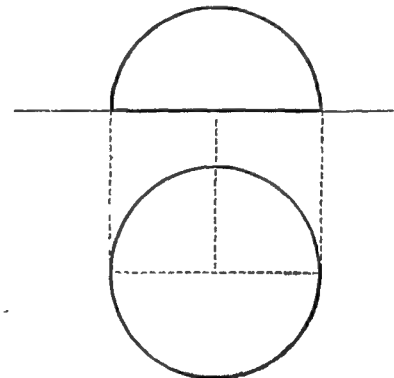


Рис. 106.

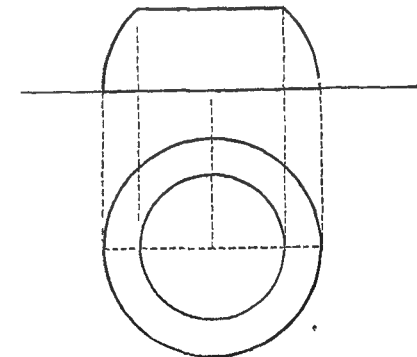


Рис. 107.

2. Шаровой слой, заключенный между большимъ и параллельнымъ ему малымъ кругомъ, поставленъ большимъ кругомъ на горизонтальную плоскость. Диаметръ большого круга равенъ 5 см. 8 мм., диаметръ малаго круга 4 см. Начертите горизонтальную и вертикальную проекцію этого слоя (рис. 107).

в) Выводы.

1. Поверхность шара в 4 раза больше площади большого круга.

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2.$$

S—поверхность; R—радиусъ.

2. Чтобы вычислить объемъ шара, надо его поверхность умножить на одну треть радиуса.

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3.$$

V—объемъ; R—радиусъ.

Г Л А В А Ш.

§ 16. Разныя задачи.

1. Крестьянинъ купилъ за 325 р. лугъ, имѣющій видъ прямоугольника, длиною въ 120 саж. и шириною въ 40 саж. Потомъ онъ продалъ его по 200 р. за десятину. Сколько барыша получилъ онъ?

2. Паркетный полъ, длиною въ 7 арш. и шириною въ 5 арш., стоить 45 р. Сколько стоить паркетный полъ изъ такого же матеріала, если длина пола 14 арш., а ширина 10 арш.?

3. Подрядчикъ взялъ на себя вставку стеколъ въ новомъ домѣ, по 2 руб. съ квадратнаго метра. Сколько придется ему получить, если въ домѣ 72 окна, вышиною въ 1 м. 85 см. и шириною въ 1 м. 40 см.?

4. Поле имѣетъ видъ неправильнаго четырехугольника, у котораго одна изъ діагоналей равна 150 саж., а опущенныя на нее высоты треугольниковъ — 56 саж. и 40 саж. Поле засѣяно рожью; на десятину высѣвали по 1 чт. 4 чк. сѣмянъ. Урожай былъ самъ 8. Сколько собрано зерна?

5. Два сосѣда купили за 9600 руб. квадратный участокъ земли, сторона котораго равна 80 м. Одинъ изъ нихъ взялъ себѣ 44 ара, другой—остальную землю. Сколько долженъ заплатить каждый?

6. Поле имѣетъ видъ трапеціи, у которой разстояніе между параллельными сторонами равно 120 саж., а разстояніе между серединами непараллельныхъ сторонъ 280 саж. Сколько надо пшеницы, чтобы засѣять это поле, если на десятину идетъ сѣмянъ 1 чт. 2 чк.?

7. Надо обшить тесомъ домъ съ передней стороны. Длина дома по этой сторонѣ равна 12 арш., вышина до чердака 8 арш. Стѣнка чердака имѣетъ видъ равнобедреннаго треугольника, высота котораго 4 арш. Окна занимаютъ 10% всей площади. Сколько потребуется тесу, если длина тесины 8 арш., ширина 6 верш.?

8. Стеклянная пластинка имѣетъ видъ ромба, у котораго одна діагональ равна 1 фт. 10 дм., другая діагональ—1 фт. 4 дм. Сколько вѣсу въ этой пластинкѣ, если каждый квадратный дюймъ ея вѣситъ 2 золотника?

9. Площадка имѣетъ видъ круга, діаметръ котораго равенъ 14 саж. Сколько надо песку, чтобы усыпать эту площадку, если на 1 кв. арш. идетъ $\frac{1}{2}$ пуда песку? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

10. Лѣсъ, лугъ и пашня занимаютъ участокъ земли въ видѣ параллелограмма *АВВГ* (рис. 108). Границею между лѣсомъ и лугомъ служитъ линія *БД*, а граница между лугомъ и пашней есть линія *ЕЖ*, параллельная *ВГ*.

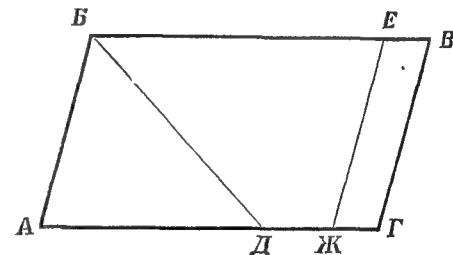


Рис. 108.

Снять планъ этого участка въ масштабѣ 40 сажень въ дюймѣ. На планѣ разстояніе между сторонами *АГ* и *ВВ* параллелограмма равно 5 дм.; *АД* = 6 дм.; *ДЖ* = $1\frac{8}{10}$ дм.; *ЖГ* = $1\frac{2}{10}$ дм. Сколько десятиць занимаетъ лѣсъ? лугъ? пашня?

11. Сколько надо олова, чтобы вылудить (изнутри) мѣдную коробку, имѣющую форму куба, ребро котораго равно 1 футу, если на полуду кв. дюйма идетъ $\frac{1}{2}$ золотника олова? Вылудить надо съ внутренней стороны и крышку.

12. Столбъ имѣетъ видъ правильной шестиугольной призмы, у которой сторона основанія *АВ* равна $\frac{1}{2}$ арш. (рис. 109). Верхняя часть столба есть правильная пирамида съ такимъ же основаніемъ. Высота нижней части столба

$AD = 2\frac{1}{4}$ арш., высота боковой грани пирамиды $OE = 1\frac{1}{2}$ арш. Что будет стоить выкрасить 15 таких столов, если платить за окраску по 80 коп. съ кв. сажени?

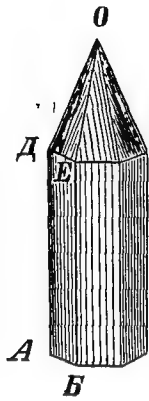


Рис. 109.

13. Сколько кв. метров парусины потребуется для устройства палатки, имѣющей видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ 7 м., а боковая линия 3 м. 50 см., при чемъ на швы и обрѣзки надо положить $1\frac{1}{2}$ кв. м.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

14. Желѣзный листъ свернуть въ цилиндрическую трубку, длина которой 60 см., а діаметръ 21 см. Изъ этого листа сдѣлана бадья въ видѣ усѣченнаго конуса, у котораго діаметръ дна 28 см., діаметръ сверху 42 см., боковая линия 30 см. Найти вѣсъ желѣза, оставшагося отъ подѣлки. Квадратный сантиметръ листа вѣситъ 1 граммъ ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

15. Вода покрываетъ $\frac{3}{4}$ поверхности земного шара. Вычислите, сколько квадратных верствъ занимаетъ суша, считая, что радіусъ земли равенъ 6000 верс. ($\pi = 3,1416$).

16. Надо вырыть яму длиною въ 4 сж. 2 ар., шириною въ 3 сж. 1 ар. и глубиною въ 1 сж. 2 ар. Подрядчикъ взялъ эту работу за 100 р. Сколько останется въ его пользу, если онъ платитъ рабочимъ по 10 коп. съ куб. аршина?

17. Какъ великъ объемъ куба, у котораго сумма всѣхъ реберъ равна 48 фут.?

18. Зданіе имѣетъ въ длину 15 ар., въ ширину 12 ар. На крышѣ этого зданія лежитъ слой снѣгу глубиною въ 10 дм. Какой грузъ выдерживаетъ крыша, если 1 куб. футъ снѣга вѣситъ 6 фунтовъ?

19. Сколько вѣсятъ 650 кирпичей, если каждый кирпичъ имѣетъ въ длину 24 см., въ ширину 12 см. и въ толщину 5 см.?

20. Канава, длиною въ 21 саж. 1 ар., глубиною въ 1 ар. 4 вр. и шириною: наверху въ 1 ар. 2 вр., внизу въ 14 вр., вырыта въ 4 дня двумя землекопами, которые получали по 10 коп. съ куб. аршина. Сколько зарабатываютъ каждый землекопъ въ день?

21. Наполненъ водою сосудъ, имѣющій видъ конуса, у котораго діаметръ основанія равенъ 20 см., а высота 24 см.

Потомъ вода эта перелита въ цилиндрической сосудъ, у котораго діаметръ дна равенъ 10 см. Какова будетъ высота воды въ этомъ сосудѣ?

22. Жестяной сосудъ имѣетъ видъ цилиндра, на верху котораго находится конусъ (рис. 110). Высота всего сосуда $AB = 16$ дм., высота цилиндрической части $AO = 10$ дм.; діаметръ дна $DE = 7$ дм. Жестянка наполнена керосиномъ. Сколько вѣсу въ этомъ керосинѣ, если 1 куб. дюймъ керосину вѣситъ 3 золотника? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

23. Въ цилиндрической сосудъ, у котораго діаметръ дна равенъ 20 см., налита вода до нѣкоторой высоты. Въ воду погружили кусокъ мѣди въ видѣ пирамиды, у которой площадь основанія равна 157 кв. см., а высота 18 см. Насколько поднялась вода въ сосудѣ? ($\pi = 3,14$).

24. Сколько вѣситъ стеклянная цилиндрическая трубка длиною въ 20 см., у которой внутренній діаметръ равенъ 2 см. 8 мм., а толщина стѣнокъ 7 мм.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

25. Чугунный валъ, длиною въ 1 м. 50 см., имѣлъ въ діаметрѣ 32 см. Этотъ валъ обточили такъ, что діаметръ его сталъ на 4 см. меньше. Насколько уменьшился вѣсъ вала? ($\pi = 3,14$).

26. Сколько стбитъ буквое бревно, длина котораго 18 фут., а діаметръ, посрединѣ, 14 дм., если 1 куб. футъ букацѣнится въ 72 коп.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

27. Стогъ сѣна имѣетъ видъ усѣченнаго конуса, на верху котораго находится цѣлый конусъ (рис. 111). Нижній діаметръ стога $ГД = 1$ сж. 3 фт., верхній діаметръ $BB = 2$ сж., высота усѣченнаго конуса $OM = 1$ сж. 2 фт., высота верхушки

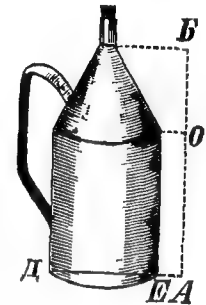


Рис. 110.

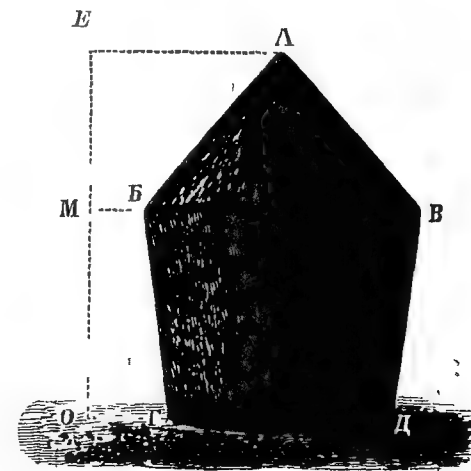


Рис. 111.

$ME = 6$ фт. Сколько пудовъ въ этомъ стогу, если цудъ сѣна занимаетъ $7\frac{1}{28}$ кв. фт.? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

28. Чердакъ подъ четырехскатной крышей имѣетъ видъ треугольной призмы, срезанной съ двухъ сторонъ (рис. 112).

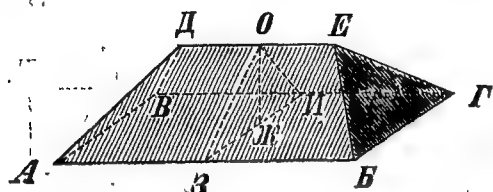


Рис. 112.

Два боковыхъ ребра AB и BG равны между собою, а третье DE (гребень крыши) меньше ихъ. Чтобы вычислить объемъ такой призмы, надо мысленно разсѣчь ее плоскостью, перпендикулярною къ боковымъ

ребрамъ. опредѣлить площадь треугольника ZOI , полученнаго въ сѣченіи, и умножить эту площадь на среднюю величину бокового ребра; средняя величина бокового ребра находится такъ: надо всѣ три ребра сложить и сумму ихъ раздѣлить на 3. — Какъ велика вмѣстимость чердака, если длина крыши $AB = 20$ арш., ширина $BG = 12$ ар., гребень $DE = 11$ ар., высота $OЖ = 5$ арш.?

29. Чтобы вычислить (приблизительно) вмѣстимость бочки, принимаютъ ея объемъ равнымъ объему цилиндра, высота котораго равна длинѣ бочки AB (рис. 113), а диаметръ

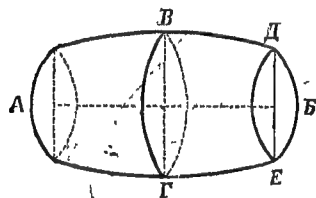


Рис. 113.

основанія равенъ третьей части суммы, составленной изъ диаметра дна DE и удвоеннаго диаметра $BГ$ среднего сѣченія (глубина бочки у втулки). — Сколько ведеръ вмѣщаетъ бочка, длина которой 5 фт., диаметръ дна 19 дм., глубина у втулки 22 дм.? (Ведро = 750 кв. дм.; $\pi = 3\frac{1}{7}$).

30. Сколько литровъ вмѣщаетъ боченокъ, длина котораго 70 см., диаметръ дна 36 см., глубина у втулки 42 см.? ($\pi = 3,14$).

Таблицы формулъ.

I. Площади фигуръ.

Обозначенія:

s — площадь.	a — апогема.
b — основаніе.	r — радиусъ.
h — высота.	c — длина окружности.
d — діагональ.	$\pi = 3\frac{1}{7}$; $\pi = 3,14$;
p — периметръ.	$\pi = 3,1416$.

Квадратъ	$s = b^2$
Прямоугольникъ	$s = b \cdot h$
Параллелограммъ	$s = b \cdot h$
Ромбъ	$s = b \cdot h$; $s = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$
Треугольникъ	$s = \frac{b \cdot h}{2}$
Трапеція	$s = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$
Прав. многоугольникъ	$s = \frac{p \cdot a}{2}$
Кругъ	$c = 2 \cdot \pi \cdot r$; $s = \pi \cdot r^2$

II. Поверхности и объемы тѣлъ.

Обозначенія:

S — бок. поверхность.	H — высота.
S — полн. поверхность.	R и r — радиусы.
V — объемъ.	L — боков. лпція.
P — перим. основанія.	a — ребро куба.
B — площадь основанія.	

Кубъ		$\bar{S} = 6.a^2$	$V = a^3$
Призма	$S = P.H$	$\bar{S} = P.H + 2.B$	$V = B.H$
Цилиндръ	$S = 2.\pi.R.H$	$\bar{S} = 2.\pi.R.H + 2.\pi.R^2$	$V = \pi.R^2.H$
Пирамида			$V = \frac{B.H}{3}$
Конусъ	$S = \pi.R.L$	$\bar{S} = \pi.R.L + \pi.R^2$	$V = \frac{\pi.R^2.H}{3}$
Усѣч. конусъ	$S = \pi.(R+r).L$	$\bar{S} = \pi.(R+r).L + \pi.R^2 + \pi.r^2$	
Шаръ		$\bar{S} = 4.\pi.R^2$	$V = \frac{4}{3} \pi.R^3$

Таблица удѣльныхъ вѣсовъ
(по алфавиту).

Аллюминій	2,67	Мраморъ	2,72
Алмазь	3,52	Мѣдь	8,80
Вино	1,03	Никкель	8,90
Водородъ	0,000089	Олово	7,29
(1 кв. метръ вѣситъ 89 грам.).		Песокъ	1,64
Воздухъ	0,0013	Платина	21,46
(1 кв. метръ вѣситъ 1300 грам.).		Ртуть	13,60
Гранитъ	2,80	Сахаръ	1,61
Желѣзо	7,80	Свинецъ	11,35
Золото	19,05	Свѣтильн. газъ	0,00082
Известнякъ	2,72	(1 кв. метръ вѣситъ 820 грам.).	
Каменный уголь	1,50	Серебро	10,50
Кирпичъ	2,00	Соль	2,12
Латунь	8,40	Спиртъ	0,79
Ледъ	0,92	Стекло	2,50
Масло	0,95	Цементъ	2,66
Молоко	1,03	Цинкъ	6,90
Морская вода	1,018	Чугунъ	7,30

Породы деревьевъ.

	Свѣжее. Сухое.		Свѣжее. Сухое.	
Букъ	0,95	0,75	Липа	0,74 0,46
Вишня	1,12	0,80	Орѣхъ	0,92 0,71
Груша	1,02	0,67	Пробка	— 0,24
Дубъ	1,10	0,86	Сосна	0,68 0,48
Ель	0,90	0,48	Тополь	0,90 0,46
Кленъ	0,89	0,70	Яблоня	1,10 0,75

Сельскохозяйственные продукты.

Картофель	1,10	Рожь	0,73
Мука	1,55	Солома	0,10
Овесъ	0,48	Сѣно	0,074
Пшеница	0,76		

Метрическія мѣры.

Мѣры длины.

1 м. = 10 дцм. = 100 см. = 1000 мм.
 1 дцм. = 10 см. = 100 мм.
 1 см. = 10 мм.
 1 км. = 10 гм. = 100 дкм. = 1000 м.

Приблизительно.

1 м. = 1,4061 арш. 1 арш. = 0,7112 м.

Мѣры поверхностей.

1 кв. м. = 100 кв. дцм.
 1 кв. дцм. = 100 кв. см.
 1 кв. см. = 100 кв. мм.
 1 а. = 100 кв. м.; 1 га. = 100 а.

П р и б л и з и т е л ь н о .

1 га. = 0,9153 десятины.	1 десятина = 1,0925 га.
--------------------------	-------------------------

Мѣры объемовъ.

1 кб. м. = 1000 кб. дцм.
 1 кб. дцм. = 1000 кб. см.
 1 кб. см. = 1000 кб. мм.
 1 стеръ = 1 кб. м.
 1 л. = 1 кб. дцм.; 1 гл. = 100 л.

П р и б л и з и т е л ь н о .

1 литръ = 0,3049 гарнца.	1 чк. = 26,24 литра.
1 литръ = 0,0813 ведра.	1 ведро = 12,30 литра.

Мѣры вѣса.

1 кг. = 1000 г.; 1 квинталь = 100 кг.; 1 тонна = 1000 кг.
 1 кб. см. воды вѣсить 1 г.
 1 кб. дцм. (1 л.) воды вѣсить 1 кг.

П р и б л и з и т е л ь н о .

1 г. = 0,2344 зол.	1 фунтъ = 0,4095 кг.
1 кг. = 2,4419 фунт.	1 золотн. = 4,2657 г.
1 тонна = 61,05 пуд.	

ОТВѢТЫ.

§ 1.

- 17.** $1\frac{1}{2}$ кв. арш.
18. а) 9 кв. фт.; 5 кв. фт.
 9 кв. дм.; б) 14 м.; 12 кв. м. 25 кв. см.; в) 9 ар. 8 вр.; 5 кв. ар. 164 кв. вр.; г) 23 см. 2 мм.; 33 кв. см. 64 кв. мм.
19. 44 кв. саж. 4 кв. ар.; 100 кв. саж.
20. 240 р.
21. 64 а.
22. 4 га.; 3 дес. 1440 кв. саж.

§ 2.

- 6.** 1 кв. саж.
8. $1\frac{1}{8}$ кв. ар.; $4\frac{1}{2}$ ар
9. 3 фт. 6 дм.
10. 4 десят.
11. 60 саж. и 40 саж., 80 саж. и 30 саж., 100 саж. и 24 саж. и т. д.
12. 8 м.
13. 500 р.
14. 1440 пд.
15. 27000 пд.
16. 40 чел.; 36 чел.
17. На 4 кв. ар.
18. 15 саж.

§ 3.

- 10.** а) 96 кв. вр.; б) 12 кв. м.; в) 2 кв. фт. 132 кв. дм.; г) 13 кв. м.
11. Второе — на 125 р.
12. На 374 р. 50 к.
13. 425 мѣрь.
14. 75 саж.
15. 64 м.

§ 4.

- 6.** а) 2 дес.; б) 1 кв. саж. в) 5 га.; г) 9 кв. м.
7. 306 р.
8. 80 кв. дм.
9. 80 саж.; 160 саж.
10. 3 саж. 5 фт.
11. 100 м.
12. 60 саж.
13. 4 кв. саж. 4 кв. ар.
14. 14 кв. м. 45 кв. дцм.
15. 6 кв. фт. 108 кв. дм.
16. 9 кв. м.
18. 1 дес. 240 кв. саж.; 2200 кв. саж.; 4 дес. 960 кв. саж.; 3 дес. 1600 кв. саж.; $27\frac{1}{2}$ дес.; 22 дес. 2200 кв. саж.; 165 кв. саж.; $137\frac{1}{2}$ кв. саж.

§ 5.

- 6. 177 кв. саж. 7 кв. ар.
- 7. 50 а.
- 8. 6 р. 75 к.
- 9. 660 р.
- 10. 784 шт.
- 11. 217 дес.; 62 дес.
- 12. 1 дес. 350 кв. саж. а) 990 кв. саж.; б) 2 дес. 2240 кв. саж.
- 13. 60 саж.
- 15. 1 ар. 11 вр.
- 16. 200 кв. саж.
- 18. 12 саж.
- 19. $BK = 100$ саж.; $KZ = 160$ саж.

§ 6.

- 2. 360 пуд.
- 3. 90 пуд.; 270 пуд.
- 4. 611 кв. м.

§ 7.

- 2. 17 кв. см. 78 кв. мм.
- 4. 10 дес.; 12 чт. 4 чк.
- 5. $12\frac{0}{10}$
- 6. 20 саж.
- 7. $BO = 8$ дкм.; $BE = 28$ дкм.

§ 8.

- 6. 172 кв. дцм. 50 кв. см.
- 8. 41 кв. м. 52 кв. дцм.
- 9. 26 кв. м. 69 кв. дцм. 60 кв. см.

§ 9.

- 2. а) 7 фт. 4 дм.; б) 4 м. 40 см.
- 3. а) 62 вс. 416 саж., б) 125 км. 664 м.
- 4. 48 и 28.
- 8. а) 4 кв. фт. 40 кв. дм. б) 24 кв. дцм. 64 кв. см.
- 9. а) 34 кв. саж. 8 кв. ар. б) $78\frac{1}{2}$ кв. м.
- 10. 2 фт. 11 дм.; 6 кв. фт. $98\frac{1}{2}$ кв. дм.
- 14. а) 314 кв. саж.; б) 28 кв. дкм. 26 кв. м.
- 15. а) 3 кв. вс. 35400 кв. саж.; б) 7 кв. км. 6 кв. м. 86 кв. дкм.
- 16. 68 кв. саж. 4 кв. ар.
- 17. 479 кв. саж. 1 кв. ар.
- 18. 471 кв. см.
- 19. 1 кв. ар. 80 кв. вр.

§ 10.

- 6. 25 кв. дм.; 1 кв. фт. 6 кв. дм.
- 7. а) 1 кв. саж. 96 кв. вр.; б) 37 кв. м. 50 кв. дцм.
- 19. 8 кв. дм.
- 20. а) 27 кв. см.; б) 64 кв. см.
- 21. 125 кв. фт.
- 22. а) 216 кв. дцм.; б) 512 кв. дцм.
- 23. 1331 кв. вр.
- 24. а) 1728 кв. вр.; б) 15 кв. фт. 1080 кв. дм.

- 25. а) 216 кв. дцм.; б) 15 кв. м. 625 кв. дцм.
- 26. 1 пудь.
- 28. 7 пд. 14,4 фп.
- 29. $201\frac{1}{4}$ г.; 50 зл. 30 дл.
- 30. 350 кг.; 21 пд. 13 фн. 4 лт.
- 31. 160 г.
- 32. 8 кг. 250 г.; 7 кг. 850 г.; 109 кг. 50 г.

§ 11.

- 11. 10 кв. фт.
- 12. 11 кв. фт. 24 кв. дм.
- 14. 21 кв. ар. 224 кв. вр.
- 15. 13 р. 60 к.
- 16. 16 р. 67 к.
- 17. 3 р. 75 к.
- 18. 30 р.
- 19. $8\frac{1}{4}$ кв. арш.
- 20. 30 р.
- 27. $53\frac{19}{23}$ пуд.
- 28. 219 кг.
- 29. 2 кв. дцм. 700 кв. см.
- 30. 7560 р.
- 31. 480 кв. ар.
- 32. 48 чел.
- 34. 390 пуд.
- 35. 7 дес.
- 36. 23 кв. м. 22 кв. дцм. 7 кв. м. 830 кв. дцм.

§ 12.

- 9. 4 листа.
- 10. а) 33 кв. фт. 129 кв. дм.; б) 37 кв. м. 68 кв. дцм.

- 14. а) 6 кв. фт. 27 кв. дм.; б) 21 кв. дцм. 560 кв. см.
- 15. 61 тонна 600 кг.
- 16. 489,6 г.
- 17. 292 кг. 334 г.
- 18. 6 кг. 6 г.
- 20. 1 гар. = 200 кв. дм. 1 чк. = 1600 кв. дм. (приблизительно).
- 21. 46,72 фп.; 30,72 фн.
- 22. 1 ведро = 750 кв. дм. (почти).
- 23. 30,9 фн.; 23,7 фн.
- 24. 1232 вд.
- 25. 1540 вд.
- 28. 1 кг.; 1 кг. 30 г.; 950 г.
- 29. 1 гл. 54 л.
- 30. 226 гл. 8 л.

§ 13.

- 9. 4 кв. фт.; 12 кв. фт.
- 10. 108 кв. м.
- 12. 1 кв. ар. 192 кв. вр.
- 15. Пол. пов. 3 кв. м. 2 кв. дцм.
- 18. 1 кв. фт. 1152 кв. дм.
- 19. 2 кв. м.
- 20. 25 кг. 404 г.
- 21. Пол. пов. 24 кв. м.; объем 6 кв. м.; в'сь 16 тон. 800 кг.

§ 14.

- 7. Бок. пов. 3 кв. фт. 96 кв. дм.; полц. пов. 4 кв. фт. 106 кв. дм.

8. 15 листовъ.

13. Бокъ пов. 43 кв. фт. 88 кв. дм.; полн. пов. 71 кв. фт. 138 кв. дм.
 14. 880 г.
 18. 54 пд. 38 фп.
 19. 15' кг. 166,2 г.
 20. $38\frac{1}{2}$ кб. ар.
 21. 15 кб. фт. $1389\frac{1}{3}$ кб. дм.
 22. 44 кб. фт. 1584 кб. дм.
 23. 854 кг. 80 г.

§ 15.

12. а) 17 кв. фт. 16 кв. дм.; б) 98 кв. дцм. 56 кв. см.
 13. 4 кв. ар. 232 кв. вр.
 14. 26 фн. 16 зл.
 15. 30 р. 80 к.
 19. а) 22 кб. фт. 792 кб. дм.; б) 310 кб. дцм. 464 кб. см.
 20. 22 вд.
 21. $904,32$ кб. см.; а) 7 кг. 54 г.; б) 2 кг. 261 г.; в) 217 г.
 22. $6\frac{1}{2}$ кг.

§ 16.

1. 75 р.
 2. 180 р.
 3. 372 р. 96 к.
 4. 36 чт.
 5. 6600 р.; 3300 р.
 6. 17 чт. 4 чк.
 7. 36 шт.
 8. 3 фп. 64 зл.
 9. 693 пуд.
 10. 10 дес.; 16 дес.; 4 дес.
 11. $4\frac{1}{2}$ фунта.
 12. 12 р.
 13. 40 кв. м.
 14. 44 г.
 15. 113097600 кв. вс.
 16. 30 р.
 17. 64 кб. фт.
 18. $122\frac{1}{2}$ пуда.
 19. 1872 кг.
 20. По 1 р.
 21. 32 см.
 22. 14 фн. 42 зл.
 23. 3 см.
 24. 385 г.
 25. На 206 кг. 298 г.
 26. 13 р. 86 к.
 27. 176 пуд.
 28. 18 кб. саж. 24 кб. ар.
 29. 27,72 вд.
 30. 87,92 литра

СОДЕРЖАНІЕ.

ГЛАВА I. ПЛОЩАДИ ФИГУРЪ.

	<i>Стран.</i>
§ 1. Квадратъ	1
§ 2. Прямоугольникъ	5
§ 3. Параллелограммъ и ромбъ	7
§ 4. Треугольникъ	10
§ 5. Трапеція	16
§ 6. Четыреугольникъ вообще	20
§ 7. Многоугольникъ	21
§ 8. Правильные многоугольники	25
§ 9. Кругъ	27

ГЛАВА II. ПОВЕРХНОСТИ и ОБЪЕМЫ ТѢЛЪ.

§ 10. Кубъ	31
§ 11. Прямая призма	38
§ 12. Цилиндръ	44
§ 13. Пирамида	49
§ 14. Конусъ	54
§ 15. Шаръ	59

ГЛАВА III.

§ 16. Разныя задачи	62
Таблицы формулъ	67
Таблица удѣльныхъ вѣсовъ	68
Метрическія мѣры	69
Отвѣты	71